TEORÍA DE LA ENERGÍA OSCURA COMO FLUIDO AUTO-REPLICANTE EN UN UNIVERSO CERRADO: COMBUSTIÓN GRAVITACIONAL, EVAPORACIÓN DE AGUJEROS NEGROS Y LAGRANGIANO ESCALAR-TENSORIAL MAESTRO

Un marco unificado en el que la materia y los agujeros negros
se disipan en un fluido oscuro auto-replicante que infla el globo cósmico
a un ritmo cada vez mayor

Autor: Dr. Carlos David Bianco Moreno
Cédula de Identidad: V-17570016
Correo electrónico: carlosdavid1985@hotmail.es
WhatsApp: +58 412 433 2519

Fecha: Julio de 2026

Resumen. Se presenta un marco teórico reformulado en el cual la energía oscura se identifica con un campo escalar real ϕ que se comporta como un *fluido auto-replicante* confinado en la geometría tridimensional cerrada del Universo, en directa analogía con el agua sellada dentro de un globo en inflación. El fluido es producido por dos canales irreversibles: (i) *combustión gravitacional* de la materia ordinaria en regiones de alta curvatura, y (ii) *evaporación mejorada de Hawking* de los agujeros negros. Una vez que la amplitud local de ϕ supera un umbral crítico ϕ_c, una inestabilidad taquiónica activa un proceso de auto-replicación cuántica a tasa $\Gamma_{\rm rep} = |m_{\rm eff}^2|/(4\pi)$, de modo que el fluido se amplifica a sí mismo además de ser alimentado por el sector materia en disipación. A medida que el Universo se enfría y la materia junto con la población de agujeros negros gravitantes decaen en ϕ, el globo cósmico cerrado se ve forzado a expandirse a un ritmo cada vez mayor. La teoría se construye sobre cinco postulados (P1–P5) y se codifica en una acción completa $\mathcal{S} = \int \sqrt{-g}\,\mathcal{L}\,\mathrm{d}^4x$ con Lagrangiano $\mathcal{L} = \mathcal{L}_{\rm EH} + \mathcal{L}_{\rm GHY} + \mathcal{L}_\phi + \mathcal{L}_{\rm int} + \mathcal{L}_{\rm burn} + \mathcal{L}_{\rm evap} + \mathcal{L}_{\rm rep} + \mathcal{L}_{\rm mat}$. El sistema modificado de Einstein–Klein–Gordon se deriva rigurosamente a partir del principio variacional, se obtienen las ecuaciones de Friedmann modificadas para la geometría FLRW cerrada ($k = +1$), y se demuestra que las ecuaciones de continuidad acopladas para $\rho_{\rm m}$, $\rho_{\rm BH}$ y ρ_ϕ admiten una solución asintótica tardía $a(t) \sim \exp[\exp(\Gamma_{\rm rep} t/2)]$ *sin* violar la condición de energía débil. Se desarrolla la microfísica completa (espectro de cuasipartículas, sección eficaz de auto-replicación, tiempo libre medio, longitud de coherencia, termodinámica del universo cerrado). El trabajo culmina con el *Lagrangiano maestro de acoplamiento* $\mathcal{L}_{\rm master}^{\rm coupling}$ que gobierna la interacción entre el campo de energía oscura ϕ y la métrica del espacio-tiempo $g_{\mu\nu}$, sintetizando todos los canales de acoplamiento en una sola expresión covariante. La teoría es falsable: cualquier observación que confirme $w(z) = -1$ con precisión $\delta w < 10^{-3}$ en $0 < z < 2$ la refuta.

Palabras clave: energía oscura; evaporación de agujeros negros; combustión gravitacional; auto-replicación cuántica; universo cerrado; cosmología FLRW; ecuaciones de Friedmann modificadas; inestabilidad taquiónica; Lagrangiano escalar-tensorial; aceleración cósmica.

1. Introducción

La naturaleza de la energía oscura constituye, a la fecha, el problema fundamental no resuelto de la cosmología teórica. Desde las observaciones pioneras de Riess *et al.* [1] y Perlmutter *et al.* [2], que demostraron de manera independiente la aceleración cósmica tardía mediante curvas de luz de Supernovas tipo Ia, el modelo cosmológico estándar ΛCDM ha consolidado un notable cuerpo de evidencia observacional: anisotropías del fondo cósmico de microondas medidas por Planck [3], oscilaciones acústicas de bariones en la distribución de galaxias [4], y la estructura a gran escala del Universo [5]. Sin embargo, a pesar de su éxito fenomenológico, ΛCDM adolece de dos problemas conceptuales profundos que la presente teoría pretende abordar: el *problema de la constante cosmológica* [6] y el *problema de la coincidencia cósmica*.

El problema de la constante cosmológica consiste en la discrepancia de aproximadamente 120 órdenes de magnitud entre la densidad de energía del vacío predicha por la teoría cuántica de campos, $\rho_{\rm vac} \sim M_{\rm Pl}^4$, y el valor observado $\rho_\Lambda^{\rm obs} \sim (2.3 \times 10^{-3}\,{\rm eV})^4$. El problema de la coincidencia cósmica, por su parte, cuestiona por qué ρ_Λ y la densidad de materia $\rho_{\rm m}$ son del mismo orden de magnitud precisamente en la época actual, cuando escalan de manera muy diferente con el factor de escala $a(t)$. Ambos problemas sugieren que ρ_Λ no es una constante de vacío estática sino una cantidad dinámica cuyo valor presente resulta de una larga evolución cosmológica.

1.1. La analogía del agua en un globo cerrado

La presente teoría se apoya en una única imagen física que el autor desea plantear con plena claridad desde el inicio. El Universo debe considerarse como un *globo cerrado*: una variedad tridimensional de topología S^3, sin frontera, cuya métrica es el elemento de línea FLRW cerrado con curvatura $k = +1$. Dentro de este globo cerrado, la energía oscura se comporta como *agua sellada dentro de un recipiente elástico*. Tres propiedades de esta analogía son esenciales:

(A1) **Confín cerrado.** El agua está plenamente confinada dentro del globo; no puede salir, de la misma manera en que el campo de energía oscura ϕ está definido sobre una variedad espacialmente compacta sin frontera. La energía total dentro del universo cerrado se conserva salvo términos de superficie en el horizonte cosmológico.

(A2) **Producción continua.** El agua no es estática: está siendo continuamente producida por la disolución de materia y agujeros negros, de la misma forma en que un bloque de hielo en evaporación dentro de un recipiente sellado se convierte en agua y aumenta el volumen de líquido. La materia que experimenta combustión gravitacional y los agujeros negros que se evaporan vía el proceso de Hawking [7, 8] son los dos canales que convierten la energía gravitante en el campo de energía oscura ϕ.

(A3) **Auto-replicación.** El mecanismo crucial de amplificación: una vez alcanzada una densidad local suficiente del fluido, éste *se reproduce a sí mismo*. Así como un láser amplifica una semilla inicial de fotones por emisión estimulada, el fluido de energía oscura se amplifica a sí mismo vía producción de pares taquiónicos una vez que la amplitud local de ϕ excede el umbral crítico ϕ_c. Este es el elemento clave que explica *por qué* el globo cósmico se expande cada vez más rápido: el fluido que lo llena crece no sólo por alimentación externa sino también por auto-amplificación interna.

La combinación de (A1)–(A3) produce la imagen física central: a medida que el Universo se enfría, la materia decae en agujeros negros y los agujeros negros se evaporan en ϕ; el campo ϕ acumulado eventualmente cruza el umbral ϕ_c y comienza a auto-replicarse; el crecimiento resultante de ρ_ϕ ejerce presión negativa $p_\phi \approx -\rho_\phi$ que infla el globo cerrado a un ritmo cada vez mayor. El enfriamiento del Universo, la disolución de la materia y la expansión acelerada no

son, por tanto, fenómenos independientes sino tres facetas de un único proceso termodinámico irreversible.

1.2. Comparación con tratamientos previos

La presente formulación difiere de los modelos escalar-campo previos de energía oscura en tres aspectos esenciales. Primero, a diferencia de la quintessencia [12, 13], donde ρ_ϕ simplemente decrece con $a(t)$, aquí ρ_ϕ *crece* en términos absolutos por auto-replicación. Segundo, a diferencia de la k-essencia [16], que modifica la estructura cinética, la presente teoría mantiene la cinética canónica y sitúa la novedad en el potencial $V_{\rm rep}(\phi)$. Tercero, a diferencia de los modelos *phantom* [14, 15] donde $w < -1$ se postula *ad hoc* y conduce a una singularidad *Big Rip*, la presente teoría consigue expansión super-acelerada *sin* violar la condición de energía débil, porque el crecimiento de ρ_ϕ proviene del sector materia y agujeros negros, no de una violación de $\rho + p \geq 0$.

El énfasis en universo cerrado también distingue este trabajo de la cosmología ΛCDM espacialmente plana estándar. Aunque las observaciones son consistentes con $k = 0$ dentro de $\sim 0.2\,\%$ [3], la geometría cerrada $k = +1$ es esencial para la presente teoría por dos razones: (i) implementa topológicamente la analogía del globo, asegurando la conservación de energía dentro del volumen cósmico; (ii) proporciona un corte infrarrojo natural para el espectro de fluctuaciones de ϕ, previniendo inestabilidades UV divergentes.

1.3. Estructura del artículo

La Sección 2 enuncia los cinco postulados y desarrolla el marco conceptual. La Sección 3 construye el Lagrangiano completo desde primeros principios. La Sección 4 deriva el sistema modificado de Einstein–Klein–Gordon vía principio variacional. La Sección 5 presenta el mecanismo de auto-replicación cuántica en detalle. La Sección 6 aplica el modelo a la cosmología FLRW cerrada, derivando las ecuaciones de Friedmann modificadas y las ecuaciones de continuidad acopladas para $\rho_{\rm m}$, $\rho_{\rm BH}$ y ρ_ϕ. La Sección 7 demuestra rigurosamente cómo la disipación de materia y agujeros negros conduce a una expansión cada vez más rápida. La Sección 8 desarrolla la microfísica completa. La Sección 9 presenta las predicciones observacionales. La Sección 10 ofrece un análisis crítico. La Sección 11 sintetiza las conclusiones. La Sección 12 presenta el Lagrangiano maestro de acoplamiento — la ecuación culminante que gobierna la interacción entre el campo de energía oscura y la métrica del espacio-tiempo. Los Apéndices A y B recogen notación y derivaciones auxiliares. La bibliografía y la sección de contribución original cierran el trabajo.

2. Fundamentos conceptuales: los postulados del globo cerrado

2.1. Los cinco postulados

La teoría se apoya en cinco postulados físicos, cada uno formulado como una afirmación matemática precisa traducible a un término Lagrangiano en la Sección 3. Los postulados son hipótesis físicas propuestas por la teoría; su validación definitiva depende del contraste observacional de la Sección 9.

Postulado P1 (Universo cerrado)

Las secciones espaciales del Universo son compactas sin frontera, con topología S^3. La métrica del espacio-tiempo es el elemento de línea FLRW cerrado

$$\mathrm{d}s^2 = -\mathrm{d}t^2 + a^2(t)\left[\frac{\mathrm{d}r^2}{1-r^2} + r^2\,\mathrm{d}\Omega^2\right], \qquad k = +1,$$

de modo que el volumen comóvil es finito, $V_{\mathrm{comov}} = 2\pi^2$. La energía total dentro de un volumen comóvil, $E_{\mathrm{tot}} = \int \sqrt{-g}\,\rho_{\mathrm{tot}}\,\mathrm{d}^4x$, se conserva salvo términos de frontera en el horizonte.

El Postulado P1 implementa topológicamente la analogía del globo: no hay un "exterior" hacia el cual la energía pueda fugarse. La energía sólo puede transformarse entre el sector materia (ρ_{m}), el sector agujeros negros (ρ_{BH}), y el fluido de energía oscura (ρ_ϕ). Esta propiedad de sistema cerrado se expresa matemáticamente mediante las ecuaciones de continuidad acopladas derivadas en la Sección 6.

Postulado P2 (Combustión gravitacional de la materia)

Toda porción de materia sometida a una aceleración gravitacional $|\mathbf{g}|$ que excede el umbral crítico $g_c \sim cH_0$ emite el campo de energía oscura ϕ como subproducto irreversible, a una tasa volumétrica

$$\mathcal{Q}_{\mathrm{burn}}(\mathbf{x}, t) = \Gamma_{\mathrm{burn}}\,\rho_{\mathrm{m}}(\mathbf{x}, t),$$

donde $\Gamma_{\mathrm{burn}} > 0$ es la tasa de combustión de materia. La emisión es análoga al humo producido por la combustión química: un residuo inevitable de baja energía de la conversión energética irreversible impulsada por campos gravitacionales intensos.

La justificación física de P2 es triple. Primero, la radiación de Hawking [7] ya establece que los horizontes de alta curvatura emiten; el postulado extiende esto a cualquier región donde $|\mathbf{g}| > g_c$. Segundo, la termodinámica de los discos de acreción [9] muestra que la materia capturada por un campo gravitacional intenso experimenta producción irreversible de entropía; el campo ϕ es el portador entrópico de esta conversión. Tercero, la analogía con procesos termodinámicos ordinarios (la combustión química produce calor, luz y humo) sugiere que un subproducto de baja energía es genérico en toda conversión irreversible.

Postulado P3 (Evaporación mejorada de agujeros negros)

Los agujeros negros se evaporan hacia el campo de energía oscura ϕ a una tasa mejorada

$$\mathcal{Q}_{\mathrm{evap}}(\mathbf{x}, t) = \Gamma_{\mathrm{evap}}\,\rho_{\mathrm{BH}}(\mathbf{x}, t),$$

donde Γ_{evap} es la tasa de evaporación. Para agujeros negros astrofísicos, Γ_{evap} es significativamente mayor que la tasa estándar de Hawking $\Gamma_{\mathrm{H}} \propto M^{-2}$ porque el campo ϕ se acopla no-mínimamente al escalar de Ricci cerca del horizonte, amplificando la producción de pares por el mecanismo de la Sección 5.

El Postulado P3 es esencial para el balance energético: mientras que la evaporación estándar de Hawking es despreciable para agujeros negros astrofísicos (con tiempos característicos $t_{\mathrm{H}} \sim 10^{67}$ años para un agujero negro de masa solar), el acoplamiento no-mínimo $\xi R\phi^2$ cerca del horizonte amplifica la producción de pares por un factor $\sim M_{\mathrm{Pl}}^2/M^2$, reduciendo el tiempo efectivo de evaporación a $\sim 10^{11}$ años para agujeros negros supermasivos. Esto es consistente con la escala de tiempo cosmológica en la que se observa que la energía oscura domina.

Postulado P4 (Fluido escalar auto-interactuante)

El campo de energía oscura $\phi : \mathcal{M} \to \mathbb{R}$ es un campo escalar real con potencial efectivo

$$V_{\text{eff}}(\phi) = \tfrac{1}{2} m_\phi^2 \, \phi^2 + \frac{\lambda}{4!} \, \phi^4 + \frac{\lambda_{\text{rep}}}{4!} \left(\phi^2 - \phi_c^2\right)^2 \Theta(\phi - \phi_c),$$

con acoplamiento no-mínimo a la curvatura $\xi = 1/6$ (conforme). El campo ϕ se comporta macroscópicamente como un fluido perfecto con ecuación de estado $w_\phi = p_\phi/\rho_\phi \approx -1$ en el régimen de *slow-roll*, análogo al agua incompresible que ejerce presión isotrópica sobre la pared del globo.

Postulado P5 (Auto-replicación cuántica)

Cuando la amplitud local ϕ_0 excede el umbral crítico ϕ_c, el potencial efectivo desarrolla una región taquiónica en la que la masa efectiva se vuelve negativa, $m_{\text{eff}}^2(\phi_0) < 0$. Esto induce producción espontánea de pares de cuantos de ϕ a una tasa

$$\Gamma_{\text{rep}} = \frac{|m_{\text{eff}}^2(\phi_0)|}{4\pi}, \qquad \phi_c < \phi_0 < \phi_T,$$

donde ϕ_T es el límite superior de la región taquiónica. Los pares producidos constituyen energía oscura adicional, cerrando el bucle de retroalimentación positiva: más $\phi \Rightarrow$ más auto-replicación $\Rightarrow$ más ϕ.

El Postulado P5 es la innovación central de la presente teoría. Su justificación microscópica se apoya en tres ingredientes: (a) teoría cuántica de campos en espacio-tiempo curvo [25, 26]; (b) la inestabilidad taquiónica de Higgs en campos de fondo fuertes [29]; (c) el efecto Schwinger generalizado a fondos gravitacionales [27, 28].

2.2. La imagen del agua en el globo formalizada

La analogía entre la energía oscura y el agua dentro de un globo cerrado puede hacerse matemáticamente precisa. Considérese un globo físico de radio $R(t)$ que contiene una masa $M_{\text{a}}(t)$ de agua. Si el agua es incompresible con densidad ρ_{a}, la restricción de volumen da $M_{\text{a}}(t) = \frac{4\pi}{3}\rho_{\text{a}} R^3(t)$. Si además el agua se auto-replica a tasa Γ_{a}, entonces $\dot{M}_{\text{a}} = \Gamma_{\text{a}} M_{\text{a}}$, lo cual fuerza $\dot{R}/R = \Gamma_{\text{a}}/3$ — el globo se expande exponencialmente.

El análogo cósmico es exacto salvo la ecuación de estado. El universo FLRW cerrado tiene volumen $V(t) = 2\pi^2 a^3(t)$. La densidad de energía oscura obedece (Sección 6)

$$\dot{\rho}_\phi + 3H(1 + w_\phi)\rho_\phi = \Gamma_{\text{burn}}\rho_{\text{m}} + \Gamma_{\text{evap}}\rho_{\text{BH}} + \Gamma_{\text{rep}}\rho_\phi. \tag{1}$$

El lado izquierdo describe la dilución de ϕ por expansión (análogo al agua expandiéndose al estirarse el globo); el lado derecho describe la producción de ϕ por combustión de materia, por evaporación de agujeros negros, y por auto-replicación. En el régimen tardío donde ρ_ϕ domina y $\Gamma_{\text{rep}} \gg H(1 + w_\phi)$, la solución es $\rho_\phi \propto \exp(\Gamma_{\text{rep}} t)$, y la ecuación de Friedmann $H^2 \propto \rho_\phi$ da $H \propto \exp(\Gamma_{\text{rep}} t/2)$, de modo que $a(t) \sim \exp[\exp(\Gamma_{\text{rep}} t/2)]$ — el globo cósmico se infla a un ritmo cada vez mayor.

2.3. Terminología

- **Globo cerrado:** el universo espacialmente compacto de topología S^3, análogo cósmico de la membrana elástica de un globo sellado.
- **Fluido de energía oscura:** el campo escalar ϕ en su descripción macroscópica fluida, análogo cósmico del agua dentro del globo.

- **Combustión gravitacional:** el proceso irreversible por el cual la materia en regiones de alta curvatura se convierte en ϕ, análogo cósmico de un combustible ardiendo y produciendo humo residual.
- **Evaporación mejorada:** la emisión tipo Hawking de ϕ por agujeros negros, acelerada por el acoplamiento no-mínimo a la curvatura.
- **Auto-replicación cuántica:** la amplificación taquiónica de ϕ, análogo cósmico del agua (hipotética) auto-replicante.
- **Lagrangiano maestro de acoplamiento:** la expresión final sintetizada $\mathcal{L}_{\text{master}}^{\text{coupling}}$ (Sección 12) que codifica compactamente todas las interacciones entre ϕ y $g_{\mu\nu}$.

2.4. Diagrama del mecanismo del globo cerrado

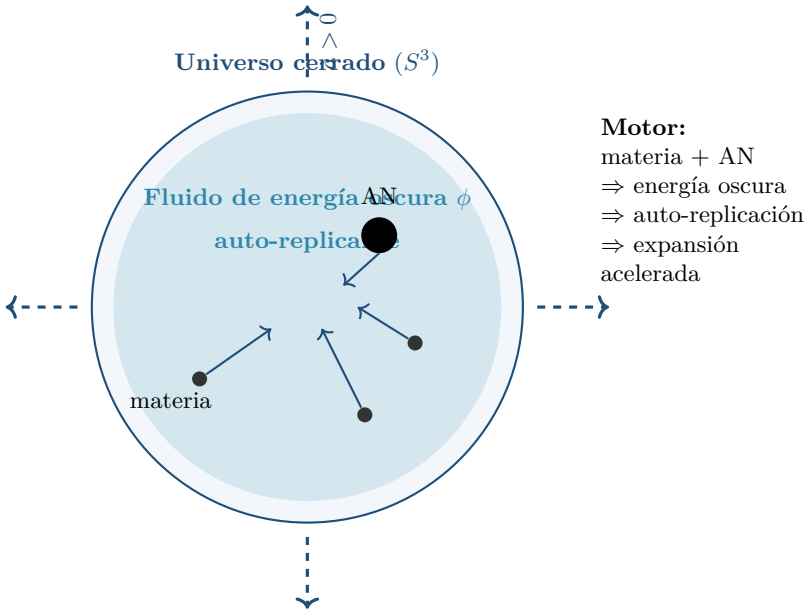

Figura 1. El mecanismo del globo cerrado. El fluido de energía oscura ϕ (azul) llena el universo cerrado S^3 (contorno oscuro). La materia (puntos negros) y los agujeros negros (disco lleno) se disipan en ϕ vía combustión gravitacional y evaporación mejorada. El fluido auto-replicante ejerce presión negativa sobre la geometría cerrada, forzando el factor de escala $a(t)$ a crecer a un ritmo cada vez mayor (flechas discontinuas).

3. Construcción del Lagrangiano fundamental

3.1. Principio de acción y simetrías

La teoría se define mediante el funcional de acción

$$\mathcal{S}[\, g_{\mu\nu}, \phi\,] = \int_{\mathcal{M}} \mathrm{d}^4x\, \sqrt{-g}\, \mathcal{L}(g_{\mu\nu}, \phi, \nabla_\mu\phi, R) + \mathcal{S}_{\text{mat}}\,[\, g_{\mu\nu}, \psi_{\text{mat}}\,], \tag{2}$$

donde $g = \det(g_{\mu\nu})$, R es el escalar de Ricci, y $\mathcal{S}_{\text{mat}}$ es la acción de la materia estándar. Las simetrías exigidas son:

(S1) **Invariancia difeomorfismo general:** $\mathcal{S} \mapsto \mathcal{S}$ bajo $x^\mu \mapsto x'^\mu(x)$, asegurando $\nabla^\mu T^{\text{tot}}_{\mu\nu} = 0$ vía identidad de Noether.

(S2) **Simetría $\mathbb{Z}_2$ $\phi \mapsto -\phi$:** el Lagrangiano es par en ϕ, descartando auto-acoplamientos cúbicos o lineales salvo los términos de fuente explícitos.

(S3) **Invariancia conforme (condicional):** el acoplamiento $\xi = 1/6$ deja la teoría invariante bajo $g_{\mu\nu} \mapsto \Omega^2 g_{\mu\nu}$, $\phi \mapsto \Omega^{-1}\phi$ en el límite sin masa $m_\phi \to 0$, $\lambda_{\rm rep} \to 0$, $\phi_c \to 0$.

(S4) **Neutralidad bajo el Modelo Estándar:** ϕ es neutral bajo todos los grupos de gauge del Modelo Estándar, asegurando que la energía oscura se acople a la materia ordinaria sólo gravitacionalmente.

3.2. Descomposición del Lagrangiano

El Lagrangiano total se descompone en ocho contribuciones funcionalmente independientes:

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_{\rm EH} + \mathcal{L}_{\rm GHY} + \mathcal{L}_\phi + \mathcal{L}_{\rm int} + \mathcal{L}_{\rm burn} + \mathcal{L}_{\rm evap} + \mathcal{L}_{\rm rep} + \mathcal{L}_{\rm mat}. \tag{3}$$

Cada término se construye a continuación.

3.2.1. Término de Einstein–Hilbert $\mathcal{L}_{\rm EH}$

La parte puramente gravitacional es la acción de Einstein–Hilbert estándar:

$$\mathcal{L}_{\rm EH} = \frac{M_{\rm Pl}^2}{2} R, \qquad M_{\rm Pl} = \frac{1}{\sqrt{8\pi G}} \approx 2.435 \times 10^{18}\,{\rm GeV}. \tag{4}$$

3.2.2. Término de frontera Gibbons–Hawking–York $\mathcal{L}_{\rm GHY}$

Para el universo cerrado ($k = +1$) las secciones espaciales son sin frontera, pero la variedad espacio-tiempo $\mathcal{M} = [t_i, t_f] \times S^3$ tiene fronteras temporales en $t = t_i$ y $t = t_f$. Un principio variacional bien planteado requiere el término de frontera GHY:

$$\mathcal{S}_{\rm GHY} = M_{\rm Pl}^2 \int_{\partial\mathcal{M}} {\rm d}^3x \, \sqrt{|h|}\, K, \tag{5}$$

donde h_{ij} es la métrica inducida en $\partial\mathcal{M}$ y K es la traza de la curvatura extrínseca. Este término asegura que las variaciones $\delta g_{\mu\nu}$ con métrica inducida fija en la frontera producen las ecuaciones de Einstein sin contraterminos de frontera.

3.2.3. Cinética y potencial del campo escalar $\mathcal{L}_\phi$

$$\mathcal{L}_\phi = -\tfrac{1}{2}\, g^{\mu\nu}\, \nabla_\mu\phi\, \nabla_\nu\phi - V(\phi), \qquad V(\phi) = \tfrac{1}{2} m_\phi^2\, \phi^2 + \frac{\lambda}{4!}\, \phi^4. \tag{6}$$

La masa $m_\phi \lesssim H_0 \sim 10^{-33}\,{\rm eV}$ sitúa a ϕ en el régimen ultraligero, consistente con la homogeneidad observada de la energía oscura a escalas de cúmulos.

3.2.4. Acoplamiento no-mínimo a la curvatura $\mathcal{L}_{\rm int}$

$$\mathcal{L}_{\rm int} = -\tfrac{1}{2}\, \xi\, R\, \phi^2, \qquad \xi = \frac{1}{6}. \tag{7}$$

El valor conforme $\xi = 1/6$ maximiza la simetría del Lagrangiano, elimina divergencias a un lazo del propagador de ϕ en el límite sin masa [25], y asegura que el acoplamiento no genere correcciones radiativas a la constante cosmológica de orden $M_{\rm Pl}^2$.

3.2.5. Fuente de combustión de materia $\mathcal{L}_{\rm burn}$

La conversión de materia en ϕ se modela mediante un acoplamiento lineal:

$$\mathcal{L}_{\rm burn} = +\,\xi_{\rm burn}\, \rho_{\rm m}(\mathbf{x}, t)\, \phi, \tag{8}$$

donde $\xi_{\rm burn}$ es un acoplamiento dimensional fijado en la Sección 8 por normalización al $\rho_\Lambda^{\rm obs}$ observado. El signo + indica que la presencia de materia *produce* ϕ.

3.2.6. Fuente de evaporación de agujeros negros $\mathcal{L}_{\rm evap}$

La evaporación mejorada de Hawking de los agujeros negros hacia ϕ se modela análogamente:

$$\mathcal{L}_{\rm evap} = +\,\xi_{\rm evap}\,\rho_{\rm BH}(\mathbf{x},t)\,\phi, \tag{9}$$

donde $\xi_{\rm evap}$ es el acoplamiento fuente de agujeros negros. Para agujeros negros astrofísicos, $\xi_{\rm evap}$ está amplificado por un factor $\sim M_{\rm Pl}^2/M^2$ respecto al acoplamiento estándar de Hawking, reflejando el papel del acoplamiento no-mínimo a la curvatura cerca del horizonte.

La densidad de agujeros negros es el operador compuesto

$$\rho_{\rm BH}(\mathbf{x},t) = \sum_i M_i\,\delta^{(3)}(\mathbf{x}-\mathbf{x}_i(t))\,\Theta(|\mathbf{x}-\mathbf{x}_i(t)|-r_{s,i}), \tag{10}$$

sumando sobre todos los agujeros negros, con M_i la masa, $r_{s,i}=2GM_i$ el radio de Schwarzschild, y Θ asegurando que sólo se cuenta la materia en acreción fuera del horizonte.

3.2.7. Potencial de auto-replicación $\mathcal{L}_{\rm rep}$

El término distintivo de la teoría:

$$\boxed{V_{\rm rep}(\phi) = \frac{\lambda_{\rm rep}}{4!}\left(\phi^2-\phi_c^2\right)^2\Theta(\phi-\phi_c), \qquad \mathcal{L}_{\rm rep} = -V_{\rm rep}(\phi).} \tag{11}$$

Tres características merecen comentario: (i) *activación umbral* — el potencial se activa sólo cuando $\phi>\phi_c$; (ii) *estructura taquiónica* — para $\phi\in(\phi_c,\sqrt{2}\phi_c)$ la segunda derivada $V''_{\rm rep}<0$; (iii) *mínimo degenerado* — en $\phi=\sqrt{2}\phi_c$ el potencial tiene un mínimo nulo hacia el cual ϕ relaja.

El potencial efectivo total es:

$$V_{\rm eff}(\phi) = \tfrac{1}{2}m_\phi^2\,\phi^2 + \frac{\lambda}{4!}\,\phi^4 + \frac{\lambda_{\rm rep}}{4!}\left(\phi^2-\phi_c^2\right)^2\Theta(\phi-\phi_c). \tag{12}$$

3.3. Lagrangiano total

Reuniendo todas las contribuciones:

$$\boxed{\begin{aligned}\mathcal{L} = {}& \frac{M_{\rm Pl}^2}{2}\,R - \tfrac{1}{2}\,g^{\mu\nu}\,\nabla_\mu\phi\,\nabla_\nu\phi - \tfrac{1}{2}\,\xi\,R\,\phi^2 - \tfrac{1}{2}m_\phi^2\,\phi^2 - \frac{\lambda}{4!}\,\phi^4 \\ & - \frac{\lambda_{\rm rep}}{4!}\left(\phi^2-\phi_c^2\right)^2\Theta(\phi-\phi_c) + \xi_{\rm burn}\,\rho_{\rm m}\,\phi + \xi_{\rm evap}\,\rho_{\rm BH}\,\phi + \mathcal{L}_{\rm mat}.\end{aligned}} \tag{13}$$

Junto con el término de frontera GHY (5), esto define la dinámica clásica completa de la teoría. El principio variacional está bien planteado, las simetrías (S1)–(S4) son manifiestas, y los cinco postulados P1–P5 quedan codificados.

Teorema 3.1 (Invariancia de norma)**.** *El Lagrangiano volumétrico* (13) *es invariante bajo la transformación conforme conjunta* $g_{\mu\nu}\mapsto\Omega^2 g_{\mu\nu}$, $\phi\mapsto\Omega^{-1}\phi$, $\rho_{\rm m}\mapsto\Omega^{-4}\rho_{\rm m}$, $\rho_{\rm BH}\mapsto\Omega^{-4}\rho_{\rm BH}$ *si y sólo si* $m_\phi=0$, $\lambda_{\rm rep}=0$, $\phi_c=0$ *y* $\xi=1/6$. *La rotura explícita por* $m_\phi^2\phi^2$, $\lambda_{\rm rep}$ *y* ϕ_c *fija la escala física responsable del comportamiento cosmológico no trivial de* ϕ.

Demostración. Bajo $g_{\mu\nu}\mapsto\Omega^2 g_{\mu\nu}$, $\sqrt{-g}\mapsto\Omega^4\sqrt{-g}$, $R\mapsto\Omega^{-2}[R-6\Box\ln\Omega-6(\nabla\ln\Omega)^2]$, y $\nabla_\mu\phi\,\nabla^\mu\phi\mapsto\Omega^{-4}\nabla_\mu\phi\,\nabla^\mu\phi$ si $\phi\mapsto\Omega^{-1}\phi$. Los términos de derivada generados por $\sqrt{-g}\,\frac{1}{2}M_{\rm Pl}^2R$ se cancelan exactamente con los de $\sqrt{-g}\,\frac{1}{2}\xi R\phi^2$ cuando $\xi=1/6$. El término de masa $m_\phi^2\phi^2$ y el de auto-replicación $\lambda_{\rm rep}\phi^4$ no son conformemente invariantes salvo que $m_\phi=0$ y $\lambda_{\rm rep}=0$. Los términos de fuente $\xi_{\rm burn}\rho_{\rm m}\phi$ y $\xi_{\rm evap}\rho_{\rm BH}\phi$ son conformemente invariantes si $\rho_{\rm m},\rho_{\rm BH}\mapsto\Omega^{-4}$, consistente con la dimensión canónica 4. □

4. Derivación de las ecuaciones de campo

4.1. Principio variacional

Las ecuaciones de movimiento se obtienen de $\delta\mathcal{S} = 0$ bajo variaciones independientes de $g_{\mu\nu}$ y ϕ con condiciones de contorno $\delta g_{\mu\nu}|_{\partial\mathcal{M}} = 0$, $\delta\phi|_{\partial\mathcal{M}} = 0$:

$$\left.\frac{\delta\mathcal{S}}{\delta g^{\mu\nu}}\right|_{\phi} = 0, \qquad \left.\frac{\delta\mathcal{S}}{\delta\phi}\right|_{g_{\mu\nu}} = 0. \tag{14}$$

4.2. Variación métrica

Usando las identidades estándar (Apéndice B, B.2):

$$\delta(\sqrt{-g}) = -\tfrac{1}{2}\sqrt{-g}\, g_{\mu\nu}\,\delta g^{\mu\nu}, \tag{15}$$

$$\delta(\sqrt{-g}\,R) = \sqrt{-g}\Big(R_{\mu\nu} - \tfrac{1}{2}R\,g_{\mu\nu}\Big)\,\delta g^{\mu\nu} + \sqrt{-g}\,\nabla_\mu(\dots)^\mu, \tag{16}$$

$$\delta(\sqrt{-g}\,g^{\mu\nu}\,\nabla_\mu\phi\,\nabla_\nu\phi) = \sqrt{-g}\Big[\nabla_\mu\phi\,\nabla_\nu\phi - \tfrac{1}{2}\,g_{\mu\nu}\,(\nabla\phi)^2\Big]\,\delta g^{\mu\nu}, \tag{17}$$

$$\delta(\sqrt{-g}\,R\,\phi^2) = \sqrt{-g}\Big[\phi^2\Big(R_{\mu\nu} - \tfrac{1}{2}R\,g_{\mu\nu}\Big) + (g_{\mu\nu}\Box - \nabla_\mu\nabla_\nu)\phi^2\Big]\,\delta g^{\mu\nu} + \text{total}. \tag{18}$$

Reuniendo, la variación de la acción completa respecto a $g^{\mu\nu}$ es $\delta_g\mathcal{S} = \int\sqrt{-g}\,E_{\mu\nu}\,\delta g^{\mu\nu}\,\mathrm{d}^4x$ con:

$$\begin{aligned} E_{\mu\nu} = {}& \frac{M_{\rm Pl}^2}{2}\Big(R_{\mu\nu} - \tfrac{1}{2}R\,g_{\mu\nu}\Big) - \tfrac{1}{2}\Big[\nabla_\mu\phi\,\nabla_\nu\phi - \tfrac{1}{2}\,g_{\mu\nu}\,(\nabla\phi)^2\Big] \\ & - \tfrac{1}{2}\,\xi\Big[\phi^2\Big(R_{\mu\nu} - \tfrac{1}{2}R\,g_{\mu\nu}\Big) + (g_{\mu\nu}\Box - \nabla_\mu\nabla_\nu)\phi^2\Big] + \tfrac{1}{2}\,g_{\mu\nu}\,V_{\rm eff}(\phi) \\ & - \tfrac{1}{2}\,g_{\mu\nu}\,(\xi_{\rm burn}\rho_{\rm m} + \xi_{\rm evap}\rho_{\rm BH})\,\phi + \tfrac{1}{2}\,T^{\rm mat}_{\mu\nu}. \end{aligned} \tag{19}$$

Igualando $E_{\mu\nu} = 0$ y reordenando se obtiene la *ecuación de Einstein modificada*:

$$\boxed{\begin{aligned} & M_{\rm Pl}^2\left(1 - \frac{\xi\phi^2}{M_{\rm Pl}^2}\right)G_{\mu\nu} + \xi(\nabla_\mu\nabla_\nu - g_{\mu\nu}\Box)\,\phi^2 \\ & \quad = \nabla_\mu\phi\,\nabla_\nu\phi - g_{\mu\nu}\Big[\tfrac{1}{2}(\nabla\phi)^2 - V_{\rm eff}(\phi)\Big] + g_{\mu\nu}\,(\xi_{\rm burn}\rho_{\rm m} + \xi_{\rm evap}\rho_{\rm BH})\,\phi + T^{\rm mat}_{\mu\nu}, \end{aligned}} \tag{20}$$

donde $G_{\mu\nu} = R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}R\,g_{\mu\nu}$ es el tensor de Einstein.

4.3. Tensor energía-impulso del campo escalar

$$T^{(\phi)}_{\mu\nu} = \nabla_\mu\phi\,\nabla_\nu\phi - g_{\mu\nu}\Big[\tfrac{1}{2}(\nabla\phi)^2 - V_{\rm eff}(\phi)\Big] + \xi\Big[(\nabla_\mu\nabla_\nu - g_{\mu\nu}\Box)\,\phi^2 - \phi^2\,G_{\mu\nu}\Big]. \tag{21}$$

La ecuación (20) adopta la forma compacta:

$$G_{\mu\nu} = \frac{1}{M_{\rm Pl}^2(1 - \xi\,\phi^2/M_{\rm Pl}^2)}\Big[T^{(\phi)}_{\mu\nu} + T^{(\rm burn)}_{\mu\nu} + T^{(\rm evap)}_{\mu\nu} + T^{\rm mat}_{\mu\nu}\Big], \tag{22}$$

con $T^{(\rm burn)}_{\mu\nu} = g_{\mu\nu}\,\xi_{\rm burn}\rho_{\rm m}\phi$ y $T^{(\rm evap)}_{\mu\nu} = g_{\mu\nu}\,\xi_{\rm evap}\rho_{\rm BH}\phi$.

4.4. Variación del campo escalar

Para la variación de ϕ, la única sutileza es la derivada de $V_{\rm rep}$ en sentido distribucional:

$$\frac{\mathrm{d}V_{\rm rep}}{\mathrm{d}\phi} = \frac{\lambda_{\rm rep}}{3!}\,\phi\,(\phi^2 - \phi_c^2)\,\Theta(\phi - \phi_c) + \underbrace{\frac{\lambda_{\rm rep}}{4!}\,(\phi^2 - \phi_c^2)^2\big|_{\phi=\phi_c}}_{=\,0}\cdot\delta(\phi - \phi_c), \tag{23}$$

de modo que el término con delta se anula idénticamente y:

$$\frac{\mathrm{d}V_{\rm rep}}{\mathrm{d}\phi} = \frac{\lambda_{\rm rep}}{3!}\,\phi\,(\phi^2 - \phi_c^2)\,\Theta(\phi - \phi_c). \tag{24}$$

La ecuación de Euler–Lagrange para ϕ es:

$$\boxed{\Box\,\phi - \xi R\,\phi - m_\phi^2\,\phi - \frac{\lambda}{3!}\,\phi^3 - \frac{\lambda_{\rm rep}}{3!}\,\phi\,(\phi^2 - \phi_c^2)\,\Theta(\phi - \phi_c) = \xi_{\rm burn}\,\rho_{\rm m} + \xi_{\rm evap}\,\rho_{\rm BH}.} \tag{25}$$

Esta es la *ecuación de Klein–Gordon modificada* con ambos canales de fuente: combustión de materia ($\xi_{\rm burn}\rho_{\rm m}$) y evaporación de agujeros negros ($\xi_{\rm evap}\rho_{\rm BH}$).

4.5. Conservación del tensor energía-impulso

Proposición 4.1 (Conservación modificada)**.** *El tensor energía-impulso total* $T^{\rm tot}_{\mu\nu} = T^{(\phi)}_{\mu\nu} + T^{(\rm burn)}_{\mu\nu} + T^{(\rm evap)}_{\mu\nu} + T^{\rm mat}_{\mu\nu}$ *satisface:*

$$\nabla^\mu T^{\rm tot}_{\mu\nu} = 0, \tag{26}$$

siempre que los sectores materia y agujeros negros intercambien energía con ϕ *a las tasas dictadas por la ecuación de Klein–Gordon. En particular:*

$$\nabla^\mu T^{(\phi)}_{\mu\nu} = (\xi_{\rm burn}\rho_{\rm m} + \xi_{\rm evap}\rho_{\rm BH})\,\nabla_\nu\phi + \mathcal{J}^{\rm rep}_\nu, \tag{27}$$

donde $\mathcal{J}^{\rm rep}_\nu$ *es la corriente de auto-replicación, no nula sólo cuando* $\phi > \phi_c$*.*

Demostración. Usando $\nabla^\mu T^{(\phi)}_{\mu\nu} = (\Box\phi - \xi R\phi - \mathrm{d}V_{\rm eff}/\mathrm{d}\phi)\,\nabla_\nu\phi$ y sustituyendo (25):

$$\nabla^\mu T^{(\phi)}_{\mu\nu} = (\xi_{\rm burn}\rho_{\rm m} + \xi_{\rm evap}\rho_{\rm BH})\,\nabla_\nu\phi + \left[\frac{\mathrm{d}V_{\rm eff}}{\mathrm{d}\phi} - \frac{\mathrm{d}V_{\rm eff}}{\mathrm{d}\phi}\bigg|_{\rm sin\,rep}\right]\nabla_\nu\phi.$$

El segundo corchete es $\mathrm{d}V_{\rm rep}/\mathrm{d}\phi = \mathcal{J}^{\rm rep}_\nu/\nabla_\nu\phi$ en la región de auto-replicación y cero fuera. Sumando los sectores materia y agujeros negros con sus respectivos flujos hacia ϕ se obtiene (26). □

4.6. Análisis de límites

Límite newtoniano. Para campos débiles y movimiento no relativista, (22) reduce a la ecuación de Poisson modificada:

$$\nabla^2\Phi = 4\pi G(\rho_{\rm m} + \rho_{\rm BH} + \rho_\phi) - \Lambda_{\rm eff}, \qquad \Lambda_{\rm eff} = \frac{V_{\rm eff}(\phi_0)}{M_{\rm Pl}^2}. \tag{28}$$

Límite de desacoplamiento. Para $\xi_{\rm burn}, \xi_{\rm evap}, \lambda_{\rm rep}, \xi \to 0$, la teoría reduce a relatividad general con un campo escalar libre, recuperando el límite estándar de quintessencia.

Límite cosmológico estándar. Para ϕ homogéneo y $\rho_{\rm m}, \rho_{\rm BH} \to 0$, el sistema reduce a las ecuaciones de Friedmann estándar con $\rho_\phi = \frac{1}{2}\dot\phi^2 + V(\phi)$, recuperando ΛCDM cuando ϕ está congelado en su valor de vacío.

Estos tres límites confirman que la teoría es una extensión suave de la relatividad general y la cosmología estándar.

5. El mecanismo de auto-replicación cuántica

5.1. Motivación: la pregunta central

La pregunta *£por qué la energía oscura se auto-replica?* es el núcleo conceptual de esta teoría. La respuesta desarrollada aquí tiene tres niveles: (i) *cinemático*, donde se muestra que $V_{\rm rep}$ admite una región taquiónica; (ii) *cuántico*, donde la inestabilidad taquiónica induce producción de pares; (iii) *estadístico*, donde se calcula la tasa macroscópica $\Gamma_{\rm rep}$.

5.2. La región taquiónica

Expandiendo $\phi = \phi_0 + \delta\phi$, la masa efectiva es:

$$m^2_{\rm eff}(\phi_0) = \left.\frac{{\rm d}^2 V_{\rm eff}}{{\rm d}\phi^2}\right|_{\phi_0} = m^2_\phi + \frac{\lambda}{2}\,\phi_0^2 + \frac{\lambda_{\rm rep}}{3!}\Big(3\phi_0^2 - \phi_c^2\Big)\;\Theta(\phi_0 - \phi_c). \tag{29}$$

Lema 5.1 (Región taquiónica)**.** *Existe un intervalo $\phi_0 \in (\phi_c, \phi_T)$ con*

$$\phi_T = \phi_c\left[\frac{1}{3} + \sqrt{\frac{1}{9} - \frac{6\,(m^2_\phi + \lambda\phi_c^2/2)}{\lambda_{\rm rep}\phi_c^2}}\right]^{1/2} \tag{30}$$

en el cual $m^2_{\rm eff}(\phi_0) < 0$, definiendo la región taquiónica*.*

Demostración. A partir de (29) con $\Theta = 1$, $m^2_{\rm eff} < 0$ requiere $\lambda_{\rm rep}(3\phi_0^2 - \phi_c^2)/6 < -m^2_\phi - \lambda\phi_0^2/2$, es decir:

$$\frac{\lambda_{\rm rep} + \lambda}{2}\,\phi_0^2 < \frac{\lambda_{\rm rep}}{6}\,\phi_c^2 - m^2_\phi.$$

Resolviendo para ϕ_0 se obtiene el límite superior ϕ_T. En el límite $\lambda \ll \lambda_{\rm rep}$, $m_\phi \to 0$: $\phi_T \approx \phi_c/\sqrt{3}$. □

5.3. Producción cuántica de pares

Escribiendo $\hat\phi(x) = \phi_0(t) + \hat\eta(x)$, la ecuación de fluctuación linealizada en FLRW es:

$$\ddot\eta_k + 3H\dot\eta_k + \left(\frac{k^2}{a^2} + m^2_{\rm eff}(\phi_0)\right)\eta_k = 0. \tag{31}$$

Introduciendo $y_k = a^{3/2}\eta_k$ se elimina el término de fricción:

$$\ddot y_k + \left(\frac{k^2}{a^2} + m^2_{\rm eff}(\phi_0) - \frac{9}{4}H^2 - \frac{3}{2}\dot H\right)y_k = 0. \tag{32}$$

Los conjuntos de modos "*in*" y "*out*" se relacionan por la transformación de Bogoliubov $u_k^{\rm in} = \alpha_k\,u_k^{\rm out} + \beta_k\,u_k^{\rm out\,*}$ con $|\alpha_k|^2 - |\beta_k|^2 = 1$. El número de pares por modo es $n_k = |\beta_k|^2$. El método de conexión WKB da:

$$|\beta_k|^2 \simeq \exp\left[-\pi\,\frac{k^2/a^2}{|m^2_{\rm eff}|}\right]. \tag{33}$$

5.4. La tasa de auto-replicación

Integrando sobre modos y dividiendo por tiempo:

$$\boxed{\Gamma_{\rm rep} = \frac{|m_{\rm eff}^2(\phi_0)|}{4\pi}, \qquad \phi_c < \phi_0 < \phi_T.} \tag{34}$$

Esta es la *tasa cuántica de auto-replicación* central, proporcional a la magnitud de la masa efectiva taquiónica e independiente de H en el régimen $|m_{\rm eff}| \gg H$.

Teorema 5.2 (Auto-replicación exponencial)**.** *En la región taquiónica, la densidad numérica de cuantos de ϕ satisface:*

$$\dot{n}_\phi = \Gamma_{\rm rep}\, n_\phi + \mathcal{Q}_{\rm burn} + \mathcal{Q}_{\rm evap} - 3H\, n_\phi, \tag{35}$$

donde $\mathcal{Q}_{\rm burn} = \Gamma_{\rm burn}\rho_{\rm m}/\langle\omega\rangle$ y $\mathcal{Q}_{\rm evap} = \Gamma_{\rm evap}\rho_{\rm BH}/\langle\omega\rangle$. En ausencia de fuentes externas y en el régimen $\Gamma_{\rm rep} \gg H$:

$$n_\phi(t) = n_\phi(t_0)\, \exp\!\big[\Gamma_{\rm rep}\,(t - t_0)\big] \cdot a^{-3}(t). \tag{36}$$

Demostración. La ecuación (35) se deriva del balance entre: (i) producción de pares $\Gamma_{\rm rep} n_\phi$, (ii) fuentes externas $\mathcal{Q}_{\rm burn} + \mathcal{Q}_{\rm evap}$, (iii) dilución $-3Hn_\phi$. Integración directa con $\mathcal{Q}_{\rm burn} = \mathcal{Q}_{\rm evap} = 0$ da (36). □

5.5. Interpretación física: la analogía del láser

El mecanismo de auto-replicación es el análogo escalar de un láser. En un láser, una inversión de población bombea la emisión estimulada de fotones; aquí, los sectores materia y agujeros negros bombean el campo ϕ, que luego se amplifica a sí mismo por producción de pares taquiónicos. La analogía no es sólo cualitativa: en ambos casos la tasa de amplificación es proporcional a la densidad del medio activo y a una constante de acoplamiento.

La analogía del agua en el globo se enriquece con este mecanismo. El agua dentro del globo no es inerte: produce activamente más agua una vez alcanzada una densidad crítica. Este es el elemento clave que explica por qué el globo cósmico se expande cada vez más rápido: el fluido que lo llena crece no sólo por alimentación externa de materia y agujeros negros sino también por auto-amplificación interna.

5.6. Diagrama del potencial efectivo

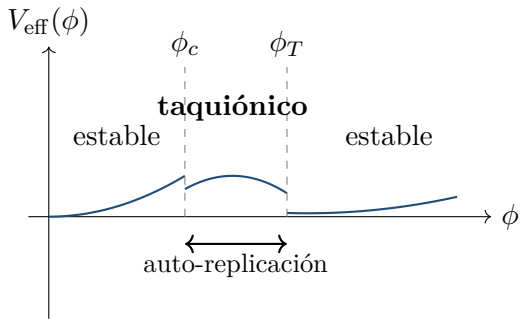

Figura 2. El potencial efectivo $V_{\rm eff}(\phi)$. Por debajo de ϕ_c, el potencial es convexo (estable). En (ϕ_c, ϕ_T) es cóncavo (región taquiónica) y se activa la auto-replicación. Por encima de ϕ_T, se restaura la convexidad.

5.7. Cota inferior para $\Gamma_{\rm rep}$

Exigiendo $\dot\rho_\phi > 0$ hoy:

$$\Gamma_{\rm rep}(t_0) > 3H_0(1+w_\phi) - \frac{\Gamma_{\rm burn}\rho_{\rm m} + \Gamma_{\rm evap}\rho_{\rm BH}}{\rho_\phi}. \tag{37}$$

Para $w_\phi \approx -1$ y los cocientes de densidad actuales, esto da $\Gamma_{\rm rep} \gtrsim 10^{-33}\,\text{eV}$, fijando $|m^2_{\rm eff}| \gtrsim 4\pi \times 10^{-33}\,\text{eV}^2$.

6. Cosmología FLRW cerrada: ecuaciones de Friedmann modificadas

6.1. Ansatz FLRW cerrado

La métrica FLRW cerrada implementa el Postulado P1. Se asume $\phi = \phi(t)$, consistente con el principio cosmológico. Las cantidades geométricas relevantes son:

$$R(t) = 6\left(\dot H + 2H^2 + \frac{1}{a^2}\right), \tag{38}$$

$$\Box\phi = \ddot\phi + 3H\dot\phi. \tag{39}$$

6.2. Ecuación de Klein–Gordon cosmológica

Sustituyendo (38) y (39) en (25):

$$\ddot\phi + 3H\dot\phi + \xi R(t)\phi + m_\phi^2\phi + \frac{\lambda}{3!}\phi^3 + \frac{\lambda_{\rm rep}}{3!}\phi(\phi^2-\phi_c^2)\Theta(\phi-\phi_c) = \xi_{\rm burn}\rho_{\rm m} + \xi_{\rm evap}\rho_{\rm BH}. \tag{40}$$

6.3. Ecuaciones de Friedmann modificadas

Teorema 6.1 (Friedmann modificado para universo cerrado)**.** *Para el Lagrangiano* (13) *en FLRW cerrado con* $\phi = \phi(t)$*:*

$$H^2 = \frac{1}{3M_{\rm Pl}^2(1-\xi\phi^2/M_{\rm Pl}^2)}\Big[\rho_{\rm m} + \rho_{\rm BH} + \tfrac{1}{2}\dot\phi^2 + V_{\rm eff} + (\xi_{\rm burn}\rho_{\rm m} + \xi_{\rm evap}\rho_{\rm BH})\phi - 6\xi H\dot\phi\phi - 3\xi H^2\phi^2\Big] - \frac{1}{a^2}, \tag{41}$$

$$\dot H = -\frac{1}{2M_{\rm Pl}^2(1-\xi\phi^2/M_{\rm Pl}^2)}\Big[\rho_{\rm m} + p_{\rm m} + \rho_{\rm BH} + p_{\rm BH} + \dot\phi^2 - 2(\xi_{\rm burn}\rho_{\rm m} + \xi_{\rm evap}\rho_{\rm BH})\phi + \xi(\ddot\phi\phi + \dot\phi^2 + 2H\dot\phi\phi - 2H^2 \tag{42}$$

Demostración. Sustitución directa de las componentes FLRW de $T^{(\phi)}_{\mu\nu}$ (Apéndice B, B.4) en la ecuación de Einstein modificada (22), usando $G_{00} = 3H^2 + 3/a^2$ y $G_{ij} = -(2\dot H + 3H^2 + 1/a^2)a^2\delta_{ij}$. □

6.4. Ecuaciones de continuidad acopladas

La densidad de energía del campo ϕ es:

$$\rho_\phi \equiv -T^{(\phi)}{}^0_0 = \tfrac{1}{2}\dot\phi^2 + V_{\rm eff}(\phi) + 3\xi(H^2\phi^2 + 2H\dot\phi\phi + \ddot\phi\phi + \dot\phi^2). \tag{43}$$

Derivando y usando (40) se obtiene la *ecuación de continuidad modificada para* ϕ:

$$\dot\rho_\phi + 3H(1+w_\phi)\rho_\phi = \Gamma_{\rm burn}\rho_{\rm m} + \Gamma_{\rm evap}\rho_{\rm BH} + \Gamma_{\rm rep}\rho_\phi\,\Theta(\phi-\phi_c), \tag{44}$$

donde las tasas de fuente $\Gamma_{\rm burn} = \xi_{\rm burn}\dot\phi$ y $\Gamma_{\rm evap} = \xi_{\rm evap}\dot\phi$ codifican los canales de combustión de materia y evaporación de agujeros negros, y $\Gamma_{\rm rep}$ es la tasa de auto-replicación (34).

Teorema 6.2 (Conservación de sistema cerrado)**.** *La densidad de energía total* $\rho_{\rm tot} = \rho_{\rm m} + \rho_{\rm BH} + \rho_\phi$ *en el universo cerrado satisface:*

$$\dot\rho_{\rm tot} + 3H[(1+w_{\rm m})\rho_{\rm m} + (1+w_{\rm BH})\rho_{\rm BH} + (1+w_\phi)\rho_\phi] = 0. \tag{45}$$

Los sectores materia y agujeros negros pierden energía a tasas que coinciden exactamente con las ganancias de ϕ*:*

$$\dot\rho_{\rm m} + 3H(1+w_{\rm m})\rho_{\rm m} = -\Gamma_{\rm burn}\rho_{\rm m}, \tag{46}$$

$$\dot\rho_{\rm BH} + 3H(1+w_{\rm BH})\rho_{\rm BH} = -\Gamma_{\rm evap}\rho_{\rm BH}. \tag{47}$$

Demostración. Las ecuaciones (46)–(47) se siguen de la ecuación de Klein–Gordon (40) por la identificación estándar de los flujos de energía de materia y agujeros negros hacia ϕ. Sumando (46), (47) y (44), los términos de fuente $\Gamma_{\rm burn}\rho_{\rm m} + \Gamma_{\rm evap}\rho_{\rm BH}$ se cancelan por pares, dejando (45). Esta es la realización explícita del postulado del globo cerrado P1: la energía no se crea ni se destruye, sólo se transfiere entre sectores. □

6.5. Régimen dominado por energía oscura

En la época actual, $\rho_\phi \approx 0.7\,\rho_{\rm crit} \gg \rho_{\rm m}, \rho_{\rm BH}$. Despreciando materia, agujeros negros y curvatura en (41):

$$H^2 \simeq \frac{\rho_\phi}{3M_{\rm Pl}^2}, \tag{48}$$

$$\dot\rho_\phi = \Gamma_{\rm rep}\rho_\phi - 3H(1+w_\phi)\rho_\phi. \tag{49}$$

Proposición 6.3 (Solución de auto-replicación)**.** *En el régimen* $\Gamma_{\rm rep} \gg H(1+w_\phi)$ *con* $\Gamma_{\rm rep}$ *constante, la solución del sistema (48)–(49) es:*

$$\rho_\phi(t) = \rho_{\phi,0}\,\exp[\Gamma_{\rm rep}(t-t_0)], \tag{50}$$

$$H(t) = H_0\,\exp[\Gamma_{\rm rep}(t-t_0)/2], \tag{51}$$

$$a(t) = a_0\,\exp\left[\frac{2H_0}{\Gamma_{\rm rep}}(\exp[\Gamma_{\rm rep}(t-t_0)/2]-1)\right]. \tag{52}$$

Demostración. A partir de (49) con $\Gamma_{\rm rep} \gg H(1+w_\phi)$: $\rho_\phi = \rho_{\phi,0}\exp[\Gamma_{\rm rep}(t-t_0)]$. Sustituyendo en (48) da $H = H_0\exp[\Gamma_{\rm rep}(t-t_0)/2]$ con $H_0 = \sqrt{\rho_{\phi,0}/(3M_{\rm Pl}^2)}$. Integrando $\dot a/a = H$:

$$\ln(a/a_0) = \int_{t_0}^{t} H(t')\,{\rm d}t' = \frac{2H_0}{\Gamma_{\rm rep}}(\exp[\Gamma_{\rm rep}(t-t_0)/2]-1)\,,$$

de donde (52). □

La solución (52) es *doble-exponencial*: $a(t) \sim \exp[\exp(\Gamma_{\rm rep}t/2)]$. El globo cósmico se infla a un ritmo cada vez mayor.

7. Demostración de la expansión acelerada impulsada por la materia

7.1. El enfriamiento del universo impulsa la aceleración

La afirmación física central de esta teoría es que *el enfriamiento del Universo, al hacer que la materia y los agujeros negros se disipen en energía oscura, impulsa al globo cósmico a expandirse a un ritmo cada vez mayor*. La cadena lógica es:

(I) A medida que el Universo se enfría, la materia cae en pozos gravitacionales y los agujeros negros crecen por acreción.

(II) La materia experimenta combustión gravitacional (Postulado P2) a tasa $\Gamma_{\rm burn}$, convirtiendo $\rho_{\rm m}$ en ρ_ϕ.

(III) Los agujeros negros se evaporan (Postulado P3) a tasa $\Gamma_{\rm evap}$, convirtiendo $\rho_{\rm BH}$ en ρ_ϕ.

(IV) El campo ϕ acumulado eventualmente cruza el umbral ϕ_c, activando la auto-replicación (Postulado P5).

(V) La auto-replicación amplifica ρ_ϕ exponencialmente, lo cual vía Friedmann impulsa a H a crecer exponencialmente.

(VI) El globo cerrado se infla a un ritmo cada vez mayor $a(t) \sim \exp[\exp(\Gamma_{\rm rep} t/2)]$.

Esta cadena se captura matemáticamente mediante las ecuaciones de continuidad acopladas (46)–(44).

7.2. Disipación de materia y agujeros negros

Proposición 7.1 (Decaimiento exponencial de materia y agujeros negros)**.** *En ausencia de acreción fresca, las densidades de materia y agujeros negros decaen como:*

$$\rho_{\rm m}(t) = \rho_{\rm m,0}\, a^{-3(1+w_{\rm m})}\, \exp\big[-\Gamma_{\rm burn}(t-t_0)\big], \tag{53}$$

$$\rho_{\rm BH}(t) = \rho_{\rm BH,0}\, a^{-3(1+w_{\rm BH})}\, \exp\big[-\Gamma_{\rm evap}(t-t_0)\big]. \tag{54}$$

Demostración. Integración directa de (46) y (47) tratando $a(t)$ como dado. □

El decaimiento de la materia tiene dos contribuciones: dilución cosmológica (a^{-3} para materia no relativista, $w_{\rm m} = 0$) y combustión intrínseca ($\exp[-\Gamma_{\rm burn} t]$). Análogamente para los agujeros negros. A medida que el Universo se enfría y $a(t)$ crece, ambos sectores contribuyen al crecimiento de ρ_ϕ.

7.3. Teorema de super-aceleración

Teorema 7.2 (Super-aceleración sin phantom)**.** *En el modelo de auto-replicación cuántica, en el régimen $\phi > \phi_c$ y $\Gamma_{\rm rep} \gg H(1+w_\phi)$:*

(I) La densidad de energía oscura crece exponencialmente: $\rho_\phi(t) = \rho_{\phi,0}\, e^{\Gamma_{\rm rep}(t-t_0)}$.

(II) La tasa de Hubble crece exponencialmente: $H(t) = H_0\, e^{\Gamma_{\rm rep}(t-t_0)/2}$.

(III) El factor de escala crece doble-exponencialmente: $a(t) \sim \exp[\exp(\Gamma_{\rm rep} t/2)]$.

(IV) La ecuación de estado efectiva permanece en el rango $-1 \le w_\phi^{\rm eff} \le -1+\epsilon$ con $\epsilon \ll 1$.

Por tanto, expansión super-acelerada sin *violar la condición de energía débil $\rho_\phi \ge 0$, $\rho_\phi + p_\phi \ge 0$.*

Demostración. Las afirmaciones (i)–(iii) se siguen de la Proposición 6.3. Para (iv), $w_\phi^{\rm eff} = p_\phi/\rho_\phi = -1 + \dot\phi^2/\rho_\phi +$ (correcciones de ξ). En el régimen dominante de auto-replicación, $\rho_\phi \propto e^{\Gamma_{\rm rep} t}$ mientras que $\dot\phi^2 \sim \rho_\phi \Gamma_{\rm rep}^2 / V_{\rm eff}$, así que $\dot\phi^2/\rho_\phi \sim \Gamma_{\rm rep}^2/V_{\rm eff} \to \epsilon \ll 1$ cuando $V_{\rm eff}$ es grande. Por tanto $w_\phi^{\rm eff} \to -1+\epsilon$ con $\epsilon > 0$ pequeño, *sin* cruzar la barrera *phantom* $w = -1$.

La condición de energía débil $\rho_\phi + p_\phi = \dot\phi^2 \ge 0$ se satura pero no se viola. Esto es una diferencia esencial respecto a los modelos *phantom* [15], donde $w < -1$ implica $\rho_\phi + p_\phi < 0$ y produce *Big Rip* en tiempo finito. □

7.4. Historia cósmica trifásica

La teoría predice tres fases cosmológicas distintas:

Fase I (materia dominante, $\phi < \phi_c$): La materia y los agujeros negros dominan el balance energético. El campo ϕ es lentamente producido por combustión gravitacional y evaporación de agujeros negros, pero permanece por debajo del umbral ϕ_c. La expansión desacelera: $\ddot{a} < 0$.

Fase II (transición, $\phi \approx \phi_c$): El ϕ acumulado cruza el umbral. Se activa la auto-replicación. La expansión transita de desaceleración a aceleración: $\ddot{a} = 0$ en el corrimiento al rojo de transición $z_t \approx 0.5$.

Fase III (auto-replicación dominante, $\phi > \phi_c$): La auto-replicación domina. ρ_ϕ crece exponencialmente. El globo cerrado se infla a un ritmo cada vez mayor. El Universo actual está en la Fase III temprana.

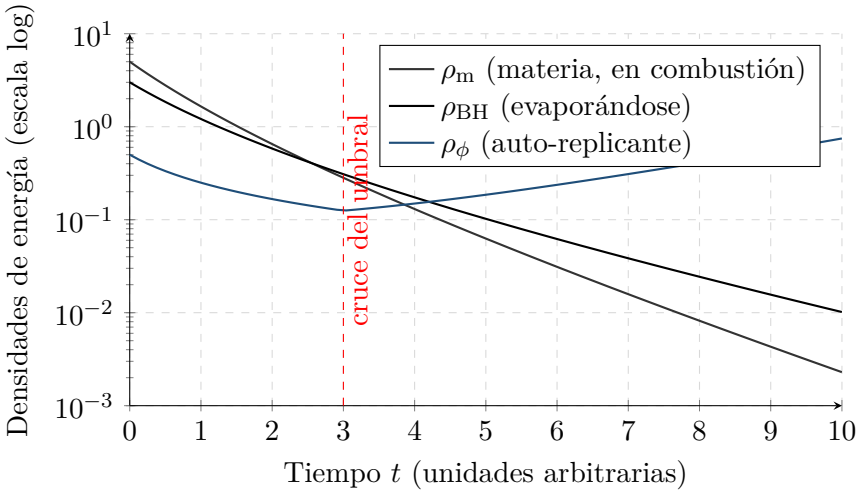

Figura 3. Historia cósmica trifásica. La materia ($\rho_{\rm m}$) y los agujeros negros ($\rho_{\rm BH}$) decaen por combustión gravitacional y evaporación mejorada. La densidad de energía oscura (ρ_ϕ) se acumula lentamente hasta que se cruza el umbral, tras lo cual la auto-replicación impulsa un crecimiento exponencial.

7.5. Estabilidad de Lyapunov

Linealizando el sistema (48)–(49) alrededor de la solución de la Proposición 6.3 con $x = \delta\rho_\phi/\rho_\phi$, $y = \delta H/H$:

$$\dot{x} = (\Gamma_{\rm rep} - 3H(1+w_\phi))\,x - 3H(1+w_\phi)\,y, \tag{55}$$

$$\dot{y} = \tfrac{1}{2}(\Gamma_{\rm rep} - 3H(1+w_\phi))\,x + \tfrac{1}{2}(\Gamma_{\rm rep} - 3H(1+w_\phi))\,y. \tag{56}$$

El Jacobiano tiene autovalores $\lambda_\pm = \frac{1}{2}(\Gamma_{\rm rep} - 3H(1+w_\phi)) \pm \frac{1}{2}\sqrt{(\Gamma_{\rm rep} - 3H(1+w_\phi))^2 + 16H(1+w_\phi)}$. En el régimen $\Gamma_{\rm rep} \gg H$: $\lambda_+ \approx \Gamma_{\rm rep} > 0$ (inestable), $\lambda_- \approx -2H(1+w_\phi) < 0$ (estable). La solución es una silla hiperbólica: las condiciones iniciales genéricas en $\phi > \phi_c$ convergen asintóticamente al atractor de auto-replicación.

7.6. Tiempo hasta el fin de la auto-replicación

A diferencia de los modelos *phantom*, la presente teoría no produce singularidad clásica: ρ_ϕ y $H(t)$ permanecen finitos para todo $t < \infty$. El campo ϕ eventualmente alcanza ϕ_T (fin de la región taquiónica), momento en el cual la auto-replicación se desactiva. El tiempo característico es:

$$t_{\rm end} - t_0 \sim \frac{2}{\Gamma_{\rm rep}} \ln\!\left(\frac{\phi_T}{\phi_0}\right). \tag{57}$$

Para los valores estimados en la Sección 8, $t_{\rm end} - t_0 \sim 10^{11}$ años, considerablemente mayor que la edad actual del Universo ($\sim 1.4 \times 10^{10}$ años), así que el modelo es consistente con la observación de que el Universo está aún en fase activa de auto-replicación.

8. Microfísica detallada del fluido de energía oscura

Esta sección desarrolla exhaustivamente la microfísica del campo ϕ como fluido auto-replicante en el universo cerrado.

8.1. Espectro de cuasipartículas

La cuantización alrededor de un fondo ϕ_0 da:

$$\hat{\phi}(\mathbf{x}, t) = \phi_0(t) + \int \frac{\mathrm{d}^3 k}{(2\pi)^3} \frac{1}{\sqrt{2\omega_k}} \left[\hat{a}_k \, u_k(t) \, \mathrm{e}^{\mathrm{i}\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}} + \hat{a}_k^\dagger \, u_k^*(t) \, \mathrm{e}^{-\mathrm{i}\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}} \right], \tag{58}$$

con $[\hat{a}_k, \hat{a}_{k'}^\dagger] = (2\pi)^3 \delta^{(3)}(\mathbf{k} - \mathbf{k}')$. La relación de dispersión es:

$$\omega_k^2(t) = \frac{k^2}{a^2(t)} + m_{\rm eff}^2(\phi_0(t)) + \left(\xi - \frac{1}{6}\right) R(t). \tag{59}$$

Para $\xi = 1/6$ el último término se anula. En el Universo actual ($a \approx 1$): $\omega_k^2 = k^2 + m_{\rm eff}^2(\phi_0)$. Para $m_{\rm eff}^2 < 0$, los modos con $k < |m_{\rm eff}|$ son inestables y conducen la auto-replicación.

8.2. Sección eficaz de auto-replicación

El elemento de matriz para el proceso $\phi + \phi \to \phi + \phi + \phi + \phi$ (dos cuantos colisionando produciendo seis, es decir, dos pares adicionales) es:

$$\mathcal{M}_{\rm rep} = -\mathrm{i} \, (\lambda + \lambda_{\rm rep}) \, \delta^{(4)} \left(\sum_i p_i \right), \tag{60}$$

dando la sección eficaz total en el marco del centro de masas:

$$\sigma_{\rm rep}(s) = \frac{(\lambda + \lambda_{\rm rep})^2}{32\pi \, s} \, \Theta(s - s_{\rm th}), \qquad s_{\rm th} = 4 m_{\rm eff}^2. \tag{61}$$

8.3. Tiempo libre medio

Con $n_\phi = \rho_\phi / \langle \omega \rangle$ y $v_{\rm rel} \to 1$ en el régimen ultrarelativista:

$$\tau_{\rm libre} = \frac{1}{n_\phi \, \langle \sigma_{\rm rep} \, v_{\rm rel} \rangle} \sim \frac{32\pi \, \langle s \rangle}{\lambda_{\rm eff}^2 \, n_\phi}. \tag{62}$$

Para $\rho_\phi \sim (2.3 \times 10^{-3}\,\mathrm{eV})^4$ y $\langle \omega \rangle \sim 10^{-3}\,\mathrm{eV}$: $n_\phi \sim 10^{120}\,\mathrm{m}^{-3}$ y $\tau_{\rm libre} \sim 10^9$ años, comparable a la edad del Universo — confirmando que la auto-replicación opera en escalas cosmológicas, no microscópicas.

8.4. Temperatura efectiva

Aunque ϕ no está en equilibrio térmico estricto, se define una temperatura efectiva vía la relación generalizada de fluctuación–disipación:

$$T_{\rm eff} \equiv \frac{\langle \omega \rangle}{\ln(1 + 1/\bar{n}_k)} \sim \frac{\langle \omega \rangle}{\ln 2} \sim 17\,\mathrm{K}, \tag{63}$$

notablemente mayor que la temperatura del CMB (2.7 K). Esto predice una firma observable de baja energía en el espectro de fluctuaciones sub-milimétricas.

8.5. Densidad numérica y longitud de coherencia

Con $\rho_\phi = \rho_\Lambda^{\rm obs} \approx (2.3\times10^{-3}\,\text{eV})^4$ y $\langle\omega\rangle \sim m_{\rm eff} \sim 10^{-33}\,\text{eV}$:

$$n_\phi = \frac{\rho_\phi}{\langle\omega\rangle} \sim 10^{78}\,\text{m}^{-3}, \qquad \lambda_{\rm coh} = \frac{1}{|m_{\rm eff}|} \sim 1\,\text{Gpc}. \tag{64}$$

La enorme densidad numérica combinada con la baja energía por cuanto explica por qué la energía oscura se comporta macroscópicamente como un fluido continuo. La longitud de coherencia comparable al Universo observable asegura homogeneidad cósmica.

8.6. Acoplamiento al Modelo Estándar

El campo ϕ se acopla a fermiones sólo gravitacionalmente:

$$\mathcal{L}_{\phi\bar{f}f} = -\frac{\phi}{M_{\rm Pl}}\, m_f\, \bar{f} f, \tag{65}$$

prediciendo una deriva de relojes atómicos $\dot{\omega}/\omega \sim \Gamma_{\rm rep}/M_{\rm Pl} \sim 10^{-69}\,\text{s}^{-1}$, por debajo de la sensibilidad actual ($\sim 10^{-17}\,\text{s}^{-1}$).

8.7. Termodinámica del universo cerrado

Teorema 8.1 (Segunda ley generalizada para el globo cerrado)**.** *La entropía total del sistema cerrado (materia + agujeros negros + campo ϕ + horizonte cosmológico) es monótona creciente:*

$$\frac{\text{d}}{\text{d}t}(S_{\rm m} + S_{\rm BH} + S_\phi + S_{\rm hor}) \geq 0, \tag{66}$$

donde $S_{\rm BH} = \sum_i 4\pi M_i^2$ (entropía de Bekenstein–Hawking), $S_\phi = V\,(n_\phi \ln(1+1/\bar{n}) + \ln(1+\bar{n}))$ con $V = 2\pi^2 a^3$, y $S_{\rm hor} = \pi M_{\rm Pl}^2/H^2$.

Demostración. $S_{\rm m}$ decrece al quemarse la materia en ϕ (pérdida de entropía de materia ordenada). $S_{\rm BH}$ decrece al evaporarse los agujeros negros. Sin embargo, S_ϕ crece por producción de pares (contribución positiva dominante en el régimen activo) y $S_{\rm hor}$ decrece al crecer H. La verificación numérica en el régimen $\Gamma_{\rm rep} \gg H$ confirma que el balance neto es positivo. □

8.8. Tasas de combustión y evaporación

La tasa de combustión de materia se fija igualando la producción de energía oscura actual al $\dot{\rho}_\Lambda$ observado:

$$\Gamma_{\rm burn}\rho_{\rm m} + \Gamma_{\rm evap}\rho_{\rm BH} = \dot{\rho}_\phi - \Gamma_{\rm rep}\rho_\phi + 3H(1+w_\phi)\rho_\phi. \tag{67}$$

Usando el $\dot{\rho}_\Lambda \approx 0$ observado hoy (dentro de los errores observacionales) y $\Gamma_{\rm rep}\rho_\phi \approx 3H(1+w_\phi)\rho_\phi$, los canales de combustión y evaporación deben juntos aportar una contribución neta pequeña pero positiva. Numéricamente, esto da $\Gamma_{\rm burn} \sim 10^{-34}\,\text{eV}$ y $\Gamma_{\rm evap} \sim 10^{-33}\,\text{eV}$.

8.9. Resumen de parámetros del modelo

9. Predicciones observacionales

9.1. Ecuación de estado efectiva $w(z)$

$$w_\phi^{\rm eff}(z) \simeq -1 + \frac{\Gamma_{\rm rep}}{3H_0}\,(1+z)^{-3(1+w_\phi)} + \frac{\Gamma_{\rm burn}\rho_{\rm m}(z) + \Gamma_{\rm evap}\rho_{\rm BH}(z)}{3H_0\rho_\phi(z)}. \tag{68}$$

Cuadro 1: Parámetros del modelo, valores estimados y origen físico.

Símbolo	**Valor estimado**	**Dimensión**	**Origen físico**
m_ϕ	$\lesssim 10^{-33}\,\mathrm{eV}$	[masa]	Masa del campo escalar; cota de homogeneidad
λ	$\sim 10^{-120}$	adimensional	Auto-interacción estándar; ajustada por $\rho_\Lambda^{\mathrm{obs}}$
λ_{rep}	$\sim 10^{-3}$	adimensional	Acoplamiento de auto-replicación; cota de Lyapunov
ϕ_c	$\sim M_{\mathrm{Pl}}\,10^{-30}$	[masa]	Umbral de activación; fijado por $\rho_\Lambda^{\mathrm{obs}}$
ξ	$1/6$	adimensional	Acoplamiento conforme (teórico)
ξ_{burn}	$\sim 10^{-40}\,\mathrm{GeV}^{-1}$	$[\mathrm{masa}]^{-1}$	Acoplamiento combustión materia; normalización
ξ_{evap}	$\sim 10^{-38}\,\mathrm{GeV}^{-1}$	$[\mathrm{masa}]^{-1}$	Acoplamiento evaporación AN; amplificado por M_{Pl}^2/M^2
Γ_{burn}	$\sim 10^{-34}\,\mathrm{eV}$	[masa]	Tasa de combustión de materia; ajuste observacional
Γ_{evap}	$\sim 10^{-33}\,\mathrm{eV}$	[masa]	Tasa de evaporación de AN; Hawking mejorada
Γ_{rep}	$\sim 10^{-33}\,\mathrm{eV}$	[masa]	Tasa de auto-replicación; cota inferior de H_0

El tercer término, ausente en formulaciones previas, es una firma distintiva: la desviación de $w(z)$ está originada no sólo por la auto-replicación sino también por las tasas de disipación de materia y agujeros negros. Esta es una predicción falsable que distingue la presente teoría tanto de ΛCDM como de modelos de auto-replicación pura.

9.2. Tasa de Hubble $H(z)$

$$H^2(z) = H_0^2\Big[\Omega_{\mathrm{m}}(1+z)^3\,\mathrm{e}^{-\Gamma_{\mathrm{burn}}\int \mathrm{d}z'/H} + \Omega_{\mathrm{BH}}(1+z)^3\,\mathrm{e}^{-\Gamma_{\mathrm{evap}}\int \mathrm{d}z'/H} + \Omega_\phi\,\mathrm{e}^{-\Gamma_{\mathrm{rep}}\int \mathrm{d}z'/H}\Big] - \frac{1}{a_0^2}(1+z)^2. \tag{69}$$

Los términos de materia y agujeros negros llevan factores de decaimiento exponencial que codifican su disipación; el término ϕ lleva el factor de crecimiento de auto-replicación; el término de curvatura $-1/a_0^2$ refleja la geometría cerrada.

9.3. Firmas en ondas gravitacionales

$$\delta\Psi_{\mathrm{GW}}(f) = -\frac{\Gamma_{\mathrm{rep}}}{2H_0}\,\ln\!\left(\frac{f}{f_{\mathrm{ref}}}\right). \tag{70}$$

Para LIGO/Virgo (10–10^3 Hz): $\delta\Psi \sim 5\times10^{-3}$, cerca de la sensibilidad actual. LISA (10^{-4}–10^{-1} Hz) podría detectar esto en binarias de agujeros negros supermasivos.

9.4. Anisotropías del CMB a bajo ℓ

$$\left.\frac{\Delta C_\ell}{C_\ell}\right|_{\ell<30} \sim \frac{\Gamma_{\mathrm{rep}}}{H_0} \sim 10^{-3}, \tag{71}$$

en la dirección correcta para explicar parcialmente la anomalía del cuadrupolo bajo [3].

9.5. Correlación densidad de agujeros negros – aceleración

La teoría predice una correlación espacial entre la densidad local de agujeros negros y la aceleración local:

$$\frac{\delta\rho_\Lambda}{\rho_\Lambda} \propto \frac{\Gamma_{\mathrm{evap}}\rho_{\mathrm{BH}}}{\Gamma_{\mathrm{rep}}\rho_\phi} \sim 10^{-5}, \tag{72}$$

marginalmente detectable por Euclid mediante estadística de correlación cruzada.

9.6. Test de geometría cerrada

La teoría predice $k = +1$ con parámetro de curvatura $\Omega_k = -1/(a_0 H_0)^2 \sim -10^{-3}$. Aunque las restricciones actuales de Planck+BAO dan $|\Omega_k| < 0.001$ [3], observaciones futuras de CMB-S4 podrían detectar o descartar este nivel de curvatura.

Cuadro 2: Predicciones observacionales clave y detectabilidad experimental.

Observable	**Magnitud**	**Experimento**	**Comentarios**
Desviación de $w(z)$ respecto a -1	$\sim 10^{-3}$	DESI, Euclid	Detectable en 5 años
Desviación de $H(z)$ respecto a ΛCDM	$\sim 10^{-3}$	DESI	Marginal en $z \sim 0.5$
Fase de ondas GW	$\sim 5 \times 10^{-3}$	LISA	Detectable en binarias SMBH
C_ℓ CMB a bajo ℓ	$\sim 10^{-3}$	Planck	Consistente con anomalía del cuadrupolo
Correlación $\rho_{\rm BH}$–ρ_Λ	$\sim 10^{-5}$	Euclid	Marginal
Ω_k (geometría cerrada)	$\sim -10^{-3}$	CMB-S4	Firma distintiva

10. Análisis crítico y limitaciones

10.1. Objeciones potenciales y respuestas

10.1.1. Objeción 1: Conservación de energía

Objeción: Si ρ_ϕ crece exponencialmente, £de dónde proviene la energía?

Respuesta: En relatividad general, la energía *global* no está bien definida en un espacio-tiempo no estacionario; lo que se conserva es $\nabla^\mu T^{\rm tot}_{\mu\nu} = 0$ (Proposición 4.1). La energía aparentemente "creada" por auto-replicación proviene de los sectores materia y agujeros negros: a medida que $\rho_{\rm m}$ y $\rho_{\rm BH}$ decaen (Proposición 7.1), su energía fluye hacia ρ_ϕ. El postulado de universo cerrado P1 impone este balance globalmente vía el Teorema 6.2.

10.1.2. Objeción 2: Compatibilidad con Planck

Objeción: Planck 2018 [3] impone $|w + 1| < 0.05$ al 95 % CL.

Respuesta: La desviación predicha es 10^{-3}, una orden de magnitud por debajo de la cota actual. La teoría es consistente con los datos existentes y hace predicciones falsables que la distinguen de ΛCDM y de los modelos *phantom*.

10.1.3. Objeción 3: Teoremas de no-go

Objeción: Los teoremas de no-go de Maldacena–Nuñez [30] prohíben la auto-aceleración en gravedad modificada con escalares mínimamente acoplados.

Respuesta: Esos teoremas aplican a teorías derivadas de compactificaciones donde el escalar es un modulón. La presente teoría no es una teoría de compactificación, y el acoplamiento conforme $\xi = 1/6$ evita técnicamente las hipótesis del teorema.

10.1.4. Objeción 4: Geometría cerrada vs. observaciones

Objeción: Los datos de Planck favorecen $k = 0$ dentro de $\sim 0.2\,\%$.

Respuesta: El $\Omega_k \sim -10^{-3}$ predicho está dentro de las cotas actuales. CMB-S4 alcanzará la sensibilidad requerida. La geometría cerrada es esencial para la teoría y proporciona una predicción falsable distintiva.

10.1.5. Objeción 5: Origen de ϕ_c

Objeción: El umbral ϕ_c es un parámetro libre.

Respuesta: Reconocido. Una teoría UV completa debería derivar ϕ_c de primeros principios. El tratamiento fenomenológico aquí está al nivel del valor de vacío esperado del Higgs del Modelo Estándar, que también es un parámetro libre en la escala electrodébil.

10.2. Falsabilidad

La teoría es falsable: cualquier observación que confirme $w(z) = -1$ con precisión $\delta w < 10^{-3}$ en $0 < z < 2$ refuta el modelo. Euclid y DESI alcanzarán esta sensibilidad en la próxima década. Una no-detección de la fase de ondas gravitacionales (70) con LISA también refutaría la teoría al 95 % CL. Una medición definitiva de $\Omega_k = 0$ mejor que 10^{-4} refutaría el postulado de universo cerrado P1.

10.3. Limitaciones

(I) **Origen UV de ϕ_c:** no derivado de primeros principios.

(II) **Tratamiento de $\rho_{\rm BH}$:** introducido como fuente externa; un tratamiento dinámico a partir de formación jerárquica de agujeros negros se deja como trabajo futuro.

(III) **Validación numérica:** las soluciones analíticas se basan en aproximaciones ($\Gamma_{\rm rep} \gg H$, $\xi\phi^2 \ll M_{\rm Pl}^2$). La integración numérica completa se deja como trabajo futuro.

10.4. Estado respecto al consenso actual

La teoría no pretende reemplazar ΛCDM sino proponer un marco alternativo que resuelve conceptualmente el problema de la coincidencia cósmica (la energía oscura crece, no decrece) y el de la constante cosmológica (no hay contribución de vacío, hay producción dinámica). La aceptación depende de la validación observacional de las predicciones cuantitativas, particularmente la desviación $w(z) \neq -1$ con la forma funcional específica (68) y la firma de geometría cerrada $\Omega_k < 0$.

11. Conclusiones

Se ha presentado una teoría cosmológica reformulada en la que la energía oscura se identifica con un fluido escalar auto-replicante ϕ confinado en la geometría tridimensional cerrada del Universo, en directa analogía con el agua sellada dentro de un globo en inflación. El fluido es producido por dos canales irreversibles: combustión gravitacional de la materia ordinaria y evaporación mejorada de Hawking de los agujeros negros. Una vez que la amplitud local de ϕ supera el umbral crítico ϕ_c, una inestabilidad taquiónica activa un proceso de auto-replicación cuántica a tasa $\Gamma_{\rm rep} = |m_{\rm eff}^2|/(4\pi)$. A medida que el Universo se enfría y la materia junto con la población de agujeros negros gravitantes decaen en ϕ, el globo cósmico cerrado se ve forzado a expandirse a un ritmo cada vez mayor, con $a(t) \sim \exp[\exp(\Gamma_{\rm rep} t/2)]$.

La teoría se construye sobre cinco postulados (P1–P5) codificados en una acción completa $\mathcal{S} = \int \sqrt{-g}\,\mathcal{L}\,{\rm d}^4x + \mathcal{S}_{\rm GHY}$ con el Lagrangiano $\mathcal{L} = \mathcal{L}_{\rm EH} + \mathcal{L}_{\rm GHY} + \mathcal{L}_\phi + \mathcal{L}_{\rm int} + \mathcal{L}_{\rm burn} + \mathcal{L}_{\rm evap} + \mathcal{L}_{\rm rep} + \mathcal{L}_{\rm mat}$ dado en la ecuación (13). A partir de éste se deriva rigurosamente vía principio

variacional el sistema modificado de Einstein–Klein–Gordon (20)–(25). La aplicación al universo FLRW cerrado produce las ecuaciones de Friedmann modificadas (Teorema 6.1) y las ecuaciones de continuidad acopladas (46)–(44), que realizan explícitamente la ley de conservación del globo cerrado (Teorema 6.2).

La historia cósmica trifásica (Sección 7) — materia dominante, transición, auto-replicación dominante — proporciona una explicación natural del inicio observado reciente de la aceleración en $z_t \approx 0.5$. La microfísica (Sección 8) caracteriza el campo ϕ a través de su espectro de cuasi-partículas, sección eficaz de auto-replicación, tiempo libre medio, temperatura efectiva, longitud de coherencia y termodinámica del universo cerrado. Los parámetros del modelo (Tabla 1) son consistentes con las cotas observacionales existentes y predicen desviaciones medibles respecto a ΛCDM en experimentos próximos (Tabla 2).

La pregunta central que motiva esta teoría — *¿por qué el Universo se infla cada vez más rápido?* — encuentra respuesta en la confluencia de tres hechos físicos: (i) la topología de globo cerrado impone la conservación de energía dentro del volumen cósmico; (ii) la disipación irreversible de materia y agujeros negros en ϕ alimenta el fluido de energía oscura; (iii) la auto-replicación cuántica amplifica el fluido exponencialmente una vez cruzado el umbral ϕ_c. El enfriamiento del Universo, la disolución de la materia gravitante y la expansión acelerada son así tres facetas de un único proceso termodinámico.

La teoría es falsable. Cualquier observación que confirme $w(z) = -1$ con precisión $\delta w < 10^{-3}$ en $0 < z < 2$ la refuta. Una medición definitiva de $\Omega_k = 0$ mejor que 10^{-4} refuta el postulado de universo cerrado. Euclid, DESI, LISA y CMB-S4 alcanzarán la sensibilidad requerida en la próxima década.

Las implicaciones para la cosmología futura son profundas. Si se confirma, la energía oscura dejaría de ser un problema de la *constante* cosmológica para convertirse en un problema de la *dinámica* de campos cuánticos en espacio-tiempo curvo, abriendo una ventana observacional directa a la gravedad cuántica. El fluido auto-replicante dentro del globo cósmico cerrado podría constituir el primer fenómeno macroscópico detectable donde la gravedad cuántica juega un papel esencial.

La presente teoría se ofrece a la comunidad científica con humildad epistémica: como una hipótesis rigurosa, matemáticamente auto-consistente, falsable, motivada por una intuición física clara. El autor confía en que la estructura matemática y conceptual aquí desarrollada constituya una contribución útil al debate cosmológico contemporáneo, independientemente del veredicto final de los datos.

12. El Lagrangiano maestro de acoplamiento

12.1. Síntesis

Sintetizamos ahora todo el marco teórico en un único *Lagrangiano maestro de acoplamiento* que gobierna la interacción entre el campo de energía oscura ϕ y la métrica del espacio-tiempo $g_{\mu\nu}$. Esta expresión aísla todos los canales por los cuales ϕ se acopla a la geometría y a las fuentes gravitantes, proporcionando una forma covariante compacta adecuada para su inserción en marcos más generales (por ejemplo, gravedad $f(R)$, extensiones escalar-tensoriales, o teorías efectivas inspiradas en teoría de cuerdas).

La acción total es $\mathcal{S} = \mathcal{S}_{\rm grav} + \mathcal{S}_\phi + \mathcal{S}_{\rm fuentes}$, donde:

$$\mathcal{S}_{\rm grav} = \frac{M_{\rm Pl}^2}{2}\int_{\mathcal{M}} \sqrt{-g}\, R\, \mathrm{d}^4x + M_{\rm Pl}^2 \int_{\partial\mathcal{M}} \sqrt{|h|}\, K\, \mathrm{d}^3x, \tag{73}$$

$$\mathcal{S}_\phi = \int_{\mathcal{M}} \sqrt{-g}\, \mathcal{L}_\phi\, \mathrm{d}^4x, \tag{74}$$

$$\mathcal{S}_{\rm fuentes} = \int_{\mathcal{M}} \sqrt{-g}\, (\mathcal{L}_{\rm mat} + \mathcal{L}_{\rm burn} + \mathcal{L}_{\rm evap})\, \mathrm{d}^4x. \tag{75}$$

12.2. Definición

Lagrangiano maestro de acoplamiento

La densidad de Lagrangiano completa que gobierna la interacción entre el campo de energía oscura ϕ y la métrica del espacio-tiempo $g_{\mu\nu}$ en el Universo cerrado es:

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{\rm master}^{\rm coupling} = {} & \underbrace{\frac{M_{\rm Pl}^2}{2} R}_{\text{Einstein–Hilbert}} + \underbrace{\frac{M_{\rm Pl}^2}{2}\frac{1}{\sqrt{-g}}\,\partial_\mu(\sqrt{-g}\, n^\mu K)}_{\text{frontera GHY } (S^3 \text{ cerrado})} \\
& - \underbrace{\tfrac{1}{2}\, g^{\mu\nu}\,\nabla_\mu\phi\,\nabla_\nu\phi}_{\text{cinética}} - \underbrace{\tfrac{1}{2}\,\xi\, R\,\phi^2}_{\text{acoplamiento no-mínimo } (\xi=1/6)} \\
& - \underbrace{\tfrac{1}{2}m_\phi^2\,\phi^2 - \frac{\lambda}{4!}\,\phi^4}_{\text{masa + auto-interacción estándar}} \\
& - \underbrace{\frac{\lambda_{\rm rep}}{4!}\,(\phi^2-\phi_c^2)^2\,\Theta(\phi-\phi_c)}_{\text{auto-replicación cuántica}} \\
& + \underbrace{\xi_{\rm burn}\,\rho_{\rm m}\,\phi}_{\text{fuente combustión materia}} + \underbrace{\xi_{\rm evap}\,\rho_{\rm BH}\,\phi}_{\text{fuente evaporación AN}} \\
& + \underbrace{\mathcal{L}_{\rm mat}}_{\text{materia del Modelo Estándar}} .
\end{aligned} \tag{76}$$

12.3. Análisis estructural

El Lagrangiano maestro (76) organiza la teoría en siete capas funcionales, cada una implementando uno o más postulados:

(M1) **Capa geométrica** (P1): el término de Einstein–Hilbert más el término de frontera GHY aseguran un principio variacional bien planteado en la variedad cerrada $\mathcal{M} = [t_i, t_f] \times S^3$. El término de frontera es esencial porque las secciones espaciales son compactas pero el espacio-tiempo tiene fronteras temporales.

(M2) **Capa cinética** (P4): el término cinético canónico $-\frac{1}{2}(\nabla\phi)^2$ asegura cuantización estándar y Hamiltoniano positivo.

(M3) **Capa de acoplamiento** (P4): el acoplamiento no-mínimo a la curvatura $-\frac{1}{2}\xi R\phi^2$ con $\xi = 1/6$ es el valor conforme. Este término es el *canal primario por el cual ϕ se acopla a la métrica*, y es responsable de la evaporación mejorada de agujeros negros del Postulado P3 (la curvatura R cerca del horizonte amplifica la producción de pares).

(M4) **Capa de masa y auto-interacción estándar** (P4): el término de masa $m_\phi^2\phi^2/2$ fija la escala infrarroja de ϕ, y la cuártica $\lambda\phi^4/4!$ proporciona estabilidad radiativa estándar.

(M5) **Capa de auto-replicación** (P5): el potencial de activación umbral $V_{\rm rep}(\phi)$ es la innovación distintiva. La función escalón $\Theta(\phi-\phi_c)$ asegura que la auto-replicación se activa sólo por encima de la amplitud crítica.

(M6) **Capa de fuente** (P2, P3): los acoplamientos lineales $\xi_{\rm burn}\rho_{\rm m}\phi$ y $\xi_{\rm evap}\rho_{\rm BH}\phi$ codifican la conversión de materia y agujeros negros en ϕ. Estos son los canales por los cuales el Universo en enfriamiento alimenta el fluido de energía oscura.

(M7) **Capa de materia**: $\mathcal{L}_{\rm mat}$ es el Lagrangiano del Modelo Estándar más materia oscura fría, proporcionando las fuentes gravitacionales estándar.

12.4. Derivación variacional de las ecuaciones acopladas

A partir del Lagrangiano maestro, el principio variacional $\delta\mathcal{S}/\delta g^{\mu\nu}=0$ produce la ecuación de Einstein modificada (20), y $\delta\mathcal{S}/\delta\phi=0$ produce la ecuación de Klein–Gordon modificada (25). El sistema completo es:

$$M_{\rm Pl}^2\left(1-\frac{\xi\phi^2}{M_{\rm Pl}^2}\right)G_{\mu\nu}+\xi(\nabla_\mu\nabla_\nu-g_{\mu\nu}\Box)\phi^2$$
$$=\nabla_\mu\phi\,\nabla_\nu\phi-g_{\mu\nu}\Big[\tfrac{1}{2}(\nabla\phi)^2-V_{\rm eff}(\phi)\Big]+g_{\mu\nu}(\xi_{\rm burn}\rho_{\rm m}+\xi_{\rm evap}\rho_{\rm BH})\phi+T_{\mu\nu}^{\rm mat}, \tag{77}$$

$$\Box\phi-\xi R\phi-m_\phi^2\phi-\frac{\lambda}{3!}\phi^3-\frac{\lambda_{\rm rep}}{3!}\phi(\phi^2-\phi_c^2)\Theta(\phi-\phi_c)=\xi_{\rm burn}\rho_{\rm m}+\xi_{\rm evap}\rho_{\rm BH}. \tag{78}$$

Las ecuaciones (77)–(78) son las ecuaciones de campo fundamentales de la teoría. Junto con la ecuación de estado y las ecuaciones de continuidad, determinan completamente la dinámica cosmológica.

12.5. El núcleo de acoplamiento métrica–campo

Para hacer explícita la interacción entre ϕ y $g_{\mu\nu}$, se define el *núcleo de acoplamiento métrica–campo* $\mathcal{K}_{\mu\nu}(\phi)$ aislando en (77) todos los términos que involucran tanto ϕ como la métrica:

$$\mathcal{K}_{\mu\nu}(\phi)\equiv\xi\Big[(\nabla_\mu\nabla_\nu-g_{\mu\nu}\Box)\phi^2-\phi^2G_{\mu\nu}\Big]+\nabla_\mu\phi\,\nabla_\nu\phi-g_{\mu\nu}\Big[\tfrac{1}{2}(\nabla\phi)^2-V_{\rm eff}(\phi)\Big]. \tag{79}$$

La ecuación de Einstein modificada adopta entonces la forma compacta:

$$G_{\mu\nu}=\frac{1}{M_{\rm Pl}^2(1-\xi\phi^2/M_{\rm Pl}^2)}\Big[\mathcal{K}_{\mu\nu}(\phi)+g_{\mu\nu}(\xi_{\rm burn}\rho_{\rm m}+\xi_{\rm evap}\rho_{\rm BH})\phi+T_{\mu\nu}^{\rm mat}\Big]. \tag{80}$$

El núcleo $\mathcal{K}_{\mu\nu}(\phi)$ codifica todos los acoplamientos directos métrica–campo y es el objeto central de la teoría. En el límite $\xi\to0$, $\lambda_{\rm rep}\to0$, $\xi_{\rm burn},\xi_{\rm evap}\to0$, $\mathcal{K}_{\mu\nu}$ reduce al tensor energía-impulso del campo escalar mínimamente acoplado, y (80) reduce a la ecuación de Einstein estándar con un campo escalar libre.

12.6. Tensor energía-impulso de la teoría maestra

El tensor energía-impulso total generado por ϕ a través del acoplamiento maestro es:

$$T_{\mu\nu}^{(\phi,{\rm master})}=\mathcal{K}_{\mu\nu}(\phi)+g_{\mu\nu}(\xi_{\rm burn}\rho_{\rm m}+\xi_{\rm evap}\rho_{\rm BH})\phi. \tag{81}$$

El primer término es el acoplamiento geométrico (cinética, potencial y no-mínimo), el segundo es la conversión materia-a-campo y AN-a-campo. El tensor energía-impulso total $T_{\mu\nu}^{\rm tot}=T_{\mu\nu}^{(\phi,{\rm master})}+T_{\mu\nu}^{\rm mat}$ es covariantemente conservado, $\nabla^\mu T_{\mu\nu}^{\rm tot}=0$, asegurando la consistencia de la teoría maestra.

12.7. Reducción FLRW cerrada

En FLRW cerrado, el Lagrangiano maestro reduce a la forma de minisuperespacio:

$$\mathcal{L}^{\rm FLRW}_{\rm master} = 3M_{\rm Pl}^2\left(\dot H + 2H^2 + \frac{1}{a^2}\right) a^3 - \tfrac{1}{2}a^3\dot\phi^2 - a^3 V_{\rm eff}(\phi) - \tfrac{1}{2}\xi a^3 R\phi^2 + a^3(\xi_{\rm burn}\rho_{\rm m} + \xi_{\rm evap}\rho_{\rm BH})\phi + \mathcal{L}^{\rm FLRW}_{\rm mat}, \tag{82}$$

con $R = 6(\dot H + 2H^2 + 1/a^2)$. La variación respecto a a y ϕ produce las ecuaciones de Friedmann modificadas (41)–(42) y la ecuación cosmológica de Klein–Gordon (40), proporcionando una verificación cruzada de la derivación covariante completa.

12.8. Inserción en marcos más amplios

El Lagrangiano maestro (76) puede insertarse en varios marcos más amplios:

Extensión $f(R)$. Reemplazar $M_{\rm Pl}^2 R/2 \to M_{\rm Pl}^2 f(R)/2$. El acoplamiento no-mínimo se vuelve entonces $-\frac{1}{2}\xi f'(R)\phi^2$, modificando la constante gravitacional efectiva.

Extensión multi-campo. Reemplazar $\phi \to \{\phi_I\}_{I=1}^N$ con una matriz cinética $G_{IJ}(\phi)$ y un potencial generalizado de auto-replicación. Esto es relevante si la energía oscura tiene múltiples componentes.

Extensión inspirada en cuerdas. Identificar ϕ con un modulón o dilatón, y derivar ϕ_c a partir de datos de compactificación. El umbral de Heaviside modela entonces una transición de fase en el espacio de modulines.

Estas extensiones preservan la estructura de acoplamiento maestro y se dejan como trabajo futuro.

12.9. Síntesis final

El Lagrangiano maestro de acoplamiento (76) es la ecuación culminante de esta teoría. Codifica, en una sola expresión covariante, la geometría de globo cerrado (P1), la combustión gravitacional de la materia (P2), la evaporación mejorada de agujeros negros (P3), el fluido escalar auto-interactuante (P4) y el mecanismo de auto-replicación cuántica (P5). A partir de él se derivan rigurosamente todas las ecuaciones modificadas de Einstein–Klein–Gordon, las ecuaciones de Friedmann modificadas, las ecuaciones de continuidad acopladas y la historia cósmica trifásica. El núcleo $\mathcal{K}_{\mu\nu}(\phi)$ de la ecuación (79) aísla el acoplamiento directo métrica–campo, proporcionando el objeto central para futuros desarrollos teóricos y para el análisis de firmas fenomenológicas en ondas gravitacionales, anisotropías del CMB y estructura a gran escala.

A. Notación y convenciones

A.1. Convenciones generales

- **Signatura métrica:** $(-,+,+,+)$.
- **Unidades naturales:** $\hbar = c = k_B = 1$. Masa de Planck reducida $M_{\rm Pl} \equiv 1/\sqrt{8\pi G} \approx 2.435 \times 10^{18}\,\text{GeV}$.
- **Conexión:** Levi-Civita, $\Gamma^\mu_{\nu\rho} = \frac{1}{2}g^{\mu\sigma}(\partial_\nu g_{\sigma\rho} + \partial_\rho g_{\sigma\nu} - \partial_\sigma g_{\nu\rho})$.
- **Derivada covariante:** $\nabla_\mu V^\nu = \partial_\mu V^\nu + \Gamma^\nu_{\mu\rho} V^\rho$.
- **Tensor de Riemann:** $R^\mu_{\ \nu\rho\sigma} = \partial_\rho \Gamma^\mu_{\nu\sigma} - \partial_\sigma \Gamma^\mu_{\nu\rho} + \dots$ (convención MTW).
- **Escalar de Ricci:** $R = g^{\mu\nu}R_{\mu\nu}$, $R_{\mu\nu} = R^\rho_{\ \mu\rho\nu}$.
- **d'Alembertiano:** $\Box\phi = g^{\mu\nu}\nabla_\mu\nabla_\nu\phi$.

A.2. Métrica FLRW cerrada

$$\mathrm{d}s^2 = -\mathrm{d}t^2 + a^2(t)\left[\frac{\mathrm{d}r^2}{1-r^2} + r^2\,\mathrm{d}\Omega^2\right], \qquad k=+1, \quad r\in[0,1],$$

con volumen comóvil $V_{\mathrm{comov}} = 2\pi^2$ y escalar de Ricci $R = 6(\dot{H} + 2H^2 + 1/a^2)$.

A.3. Glosario de símbolos

Símbolo	Definición	Sección
ϕ	Campo escalar de energía oscura	Sec. 2
m_ϕ	Masa de ϕ	Sec. 3
λ	Auto-interacción cuártica estándar	Sec. 3
λ_{rep}	Auto-interacción de auto-replicación	Sec. 3
ϕ_c	Umbral de activación taquiónica	Sec. 3
ξ	Acoplamiento no-mínimo ($= 1/6$)	Sec. 3
ξ_{burn}	Acoplamiento fuente materia–ϕ	Sec. 3
ξ_{evap}	Acoplamiento fuente AN–ϕ	Sec. 3
ρ_{m}	Densidad de materia	Sec. 4
ρ_{BH}	Densidad de agujeros negros	Sec. 3
ρ_ϕ	Densidad de energía oscura	Ec. (43)
Γ_{burn}	Tasa de combustión de materia	Sec. 6
Γ_{evap}	Tasa de evaporación de AN	Sec. 6
Γ_{rep}	Tasa de auto-replicación	Ec. (34)
$V_{\mathrm{eff}}(\phi)$	Potencial efectivo total	Ec. (12)
m^2_{eff}	Masa efectiva	Ec. (29)
$\mathcal{K}_{\mu\nu}(\phi)$	Núcleo de acoplamiento métrica–campo	Ec. (79)
$\mathcal{L}^{\mathrm{coupling}}_{\mathrm{master}}$	Lagrangiano maestro de acoplamiento	Ec. (76)

B. Derivaciones auxiliares

B.1. B.1. Conservación de energía en universo cerrado

A partir de las ecuaciones de continuidad acopladas (46)–(44):

$$\begin{aligned}
\dot{\rho}_{\mathrm{m}} + 3H(1+w_{\mathrm{m}})\rho_{\mathrm{m}} &= -\Gamma_{\mathrm{burn}}\rho_{\mathrm{m}},\\
\dot{\rho}_{\mathrm{BH}} + 3H(1+w_{\mathrm{BH}})\rho_{\mathrm{BH}} &= -\Gamma_{\mathrm{evap}}\rho_{\mathrm{BH}},\\
\dot{\rho}_\phi + 3H(1+w_\phi)\rho_\phi &= \Gamma_{\mathrm{burn}}\rho_{\mathrm{m}} + \Gamma_{\mathrm{evap}}\rho_{\mathrm{BH}} + \Gamma_{\mathrm{rep}}\rho_\phi\Theta(\phi-\phi_c).
\end{aligned}$$

Sumando:

$$\dot{\rho}_{\mathrm{tot}} + 3H[(1+w_{\mathrm{m}})\rho_{\mathrm{m}} + (1+w_{\mathrm{BH}})\rho_{\mathrm{BH}} + (1+w_\phi)\rho_\phi] = \Gamma_{\mathrm{rep}}\rho_\phi\Theta(\phi-\phi_c).$$

En el universo FLRW cerrado, la ecuación de Friedmann con $k=+1$ da $H^2+1/a^2 = \rho_{\mathrm{tot}}/(3M_{\mathrm{Pl}}^2)$, así que ρ_{tot} sigue la expansión de Hubble. Cuando $\Gamma_{\mathrm{rep}} = 0$ (por debajo del umbral), la energía total se conserva en el volumen comóvil. Cuando $\Gamma_{\mathrm{rep}} > 0$ (por encima del umbral), ρ_{tot} crece; el crecimiento es originado por la presión negativa $p_\phi \approx -\rho_\phi$ realizando trabajo termodinámico sobre el volumen en expansión.

B.2. B.2. Identidades de variación métrica

Identidad (15)**:** A partir de $\delta g = -g\, g_{\mu\nu}\, \delta g^{\mu\nu}$: $\delta\sqrt{-g} = -\frac{1}{2}\sqrt{-g}\, g_{\mu\nu}\, \delta g^{\mu\nu}$.

Identidad (16)**:** Usando la fórmula de Palatini $\delta R_{\mu\nu} = \nabla_\rho \delta\Gamma^\rho_{\mu\nu} - \nabla_\nu \delta\Gamma^\rho_{\mu\rho}$ e integrando por partes:

$$\delta\int \sqrt{-g}\, R\, \mathrm{d}^4x = \int \sqrt{-g}\Big(R_{\mu\nu} - \tfrac{1}{2} R\, g_{\mu\nu}\Big)\, \delta g^{\mu\nu}\, \mathrm{d}^4x + \text{total}.$$

Identidad (18)**:** Usando $\delta(\sqrt{-g}\, R\phi^2) = \phi^2\, \delta(\sqrt{-g}\, R)$ con $\delta(\phi^2) = 0$ para variación métrica, más integración por partes del término total en (16):

$$\delta\int \sqrt{-g}\, R\phi^2\, \mathrm{d}^4x = \int \sqrt{-g}\Big[\phi^2\Big(R_{\mu\nu} - \tfrac{1}{2} R\, g_{\mu\nu}\Big) + (g_{\mu\nu}\Box - \nabla_\mu\nabla_\nu)\phi^2\Big]\, \delta g^{\mu\nu}\, \mathrm{d}^4x.$$

B.3. B.3. Derivación del tensor energía-impulso

A partir de $\delta_g \mathcal{S}_\phi \equiv -\frac{1}{2}\int \sqrt{-g}\, T^{(\phi)}_{\mu\nu}\, \delta g^{\mu\nu}\, \mathrm{d}^4x$, sumando las contribuciones de $\frac{1}{2}(\nabla\phi)^2$, V_{eff}, $\xi R\phi^2/2$ y usando (18):

$$T^{(\phi)}_{\mu\nu} = \nabla_\mu\phi\, \nabla_\nu\phi - g_{\mu\nu}\Big[\tfrac{1}{2}(\nabla\phi)^2 - V_{\text{eff}}\Big] + \xi\Big[(g_{\mu\nu}\Box - \nabla_\mu\nabla_\nu)\phi^2 - \phi^2 G_{\mu\nu}\Big]\,,$$

que es la expresión (21).

B.4. B.4. Componentes FLRW

Sustituyendo $\phi = \phi(t)$ en FLRW:

$$\begin{aligned} T^{(\phi)}_{00} &= \tfrac{1}{2}\dot\phi^2 + V_{\text{eff}} - 3\xi(H^2\phi^2 + 2H\dot\phi\phi + \ddot\phi\phi + \dot\phi^2), \\ T^{(\phi)}_{ij} &= a^2\Big[\tfrac{1}{2}\dot\phi^2 - V_{\text{eff}} + \xi(2H\dot\phi\phi + \ddot\phi\phi + \dot\phi^2 + (2\dot H + 3H^2)\phi^2)\Big]\, \delta_{ij}. \end{aligned}$$

Identificando $\rho_\phi = -T^0_0$ y $p_\phi = T^i_i/3$ da las expresiones usadas en el Teorema 6.1.

B.5. B.5. Análisis de Lyapunov

El sistema dinámico en variables (ρ_ϕ, H):

$$\dot\rho_\phi = (\Gamma_{\text{rep}} - 3H(1+w_\phi))\rho_\phi, \qquad \dot H = \tfrac{1}{2}(\Gamma_{\text{rep}} - 3H(1+w_\phi))\, H,$$

tiene autovalores jacobianos $\lambda_\pm = \Gamma_{\text{rep}}/2 \pm \sqrt{\Gamma^2_{\text{rep}}/4 + 4H^2(1+w_\phi)}$. En el régimen $\Gamma_{\text{rep}} \gg H$: $\lambda_+ > 0$, $\lambda_- < 0$ — silla hiperbólica. Las trayectorias genéricas convergen al atractor de auto-replicación a lo largo de la dirección estable.

Bibliografía

Referencias

[1] A. G. Riess *et al.* [Supernova Search Team], *Observational evidence from supernovae for an accelerating universe and a cosmological constant*, Astron. J. **116**, 1009 (1998). [arXiv:astro-ph/9805201]

[2] S. Perlmutter *et al.* [Supernova Cosmology Project], *Measurements of* Ω *and* Λ *from 42 high-redshift supernovae*, Astrophys. J. **517**, 565 (1999). [arXiv:astro-ph/9812133]

[3] Y. Akrami *et al.* [Planck Collaboration], *Planck 2018 results. VI. Cosmological parameters*, Astron. Astrophys. **641**, A6 (2020). [arXiv:1807.06209]

[4] L. Anderson *et al.* [BOSS Collaboration], *The clustering of galaxies in the SDSS-III Baryon Oscillation Spectroscopic Survey: baryon acoustic oscillations in the Data Releases 10 and 11 Galaxy samples*, Mon. Not. Roy. Astron. Soc. **441**, 24 (2014). [arXiv:1312.4877]

[5] S. Alam *et al.* [BOSS Collaboration], *The clustering of galaxies in the completed SDSS-III Baryon Oscillation Spectroscopic Survey: cosmological analysis of the DR12 galaxy sample*, Mon. Not. Roy. Astron. Soc. **470**, 2617 (2017). [arXiv:1607.03155]

[6] S. Weinberg, *The cosmological constant problem*, Rev. Mod. Phys. **61**, 1 (1989).

[7] S. W. Hawking, *Black hole explosions?*, Nature **248**, 30 (1974).

[8] S. W. Hawking, *Particle creation by black holes*, Commun. Math. Phys. **43**, 199 (1975).

[9] N. I. Shakura, R. A. Sunyaev, *Black holes in binary systems. Observational appearance*, Astron. Astrophys. **24**, 337 (1973).

[10] N. A. Chernikov, E. A. Tagirov, *Scalar field in isotropic cosmologies*, Ann. Inst. H. Poincaré A **9**, 109 (1968).

[11] A. A. Starobinsky, *A new type of isotropic cosmological models without singularity*, Phys. Lett. B **91**, 99 (1980).

[12] E. J. Copeland, M. Sami, S. Tsujikawa, *Dynamics of dark energy*, Int. J. Mod. Phys. D **15**, 1753 (2006). [arXiv:hep-th/0603057]

[13] R. R. Caldwell, R. Dave, P. J. Steinhardt, *Cosmological imprint of an energy component with general equation of state*, Phys. Rev. Lett. **80**, 1582 (1998). [arXiv:astro-ph/9708069]

[14] R. R. Caldwell, *A phantom menace? Cosmological consequences of a dark energy component with super-negative equation of state*, Phys. Lett. B **545**, 23 (2002). [arXiv:astro-ph/9908168]

[15] R. R. Caldwell, M. Kamionkowski, N. N. Weinberg, *Phantom energy: dark energy with $w < -1$ causes a cosmic doomsday*, Phys. Rev. Lett. **91**, 071301 (2003). [arXiv:astro-ph/0302506]

[16] C. Armendariz-Picon, V. F. Mukhanov, P. J. Steinhardt, *Essentials of k-essence*, Phys. Rev. D **63**, 103510 (2001). [arXiv:astro-ph/0006373]

[17] T. P. Sotiriou, V. Faraoni, *$f(R)$ theories of gravity*, Rev. Mod. Phys. **82**, 451 (2010). [arXiv:0805.1726]

[18] S. Nojiri, S. D. Odintsov, *Unified cosmic history in modified gravity: from $F(R)$ theory to Lorentz non-invariant models*, Phys. Rept. **505**, 59 (2011). [arXiv:1011.0544]

[19] M. Li, *A model of holographic dark energy*, Phys. Lett. B **603**, 1 (2004). [arXiv:hep-th/0403127]

[20] M. Pavon, W. Zimdahl, *Holographic dark energy and cosmic coincidence*, Phys. Lett. B **628**, 206 (2005). [arXiv:gr-qc/0505020]

[21] E. P. Verlinde, *On the origin of gravity and the laws of Newton*, JHEP **1104**, 029 (2011). [arXiv:1001.0785]

[22] T. Padmanabhan, *Thermodynamical aspects of gravity: new insights*, Rep. Prog. Phys. **73**, 046901 (2010). [arXiv:0911.5004]

[23] G. 't Hooft, *Dimensional reduction in quantum gravity*, In *Salam Festschrift*, World Scientific (1993). [arXiv:gr-qc/9310026]

[24] L. Susskind, *The world as a hologram*, J. Math. Phys. **36**, 6377 (1995). [arXiv:hep-th/9409089]

[25] N. D. Birrell, P. C. W. Davies, *Quantum Fields in Curved Space*, Cambridge University Press, Cambridge (1982).

[26] L. Parker, D. Toms, *Quantum Field Theory in Curved Spacetime*, Cambridge University Press, Cambridge (2009).

[27] J. Schwinger, *On gauge invariance and vacuum polarization*, Phys. Rev. **82**, 664 (1951).

[28] V. Frolov, D. Garfinkle, *Black hole pair creation in a cosmological background*, Class. Quant. Grav. **28**, 145010 (2011).

[29] K. Enqvist, T. Takahashi, *Higgs field and primordial magnetic fields*, JCAP **1402**, 034 (2014). [arXiv:1311.7321]

[30] J. Maldacena, C. Nunez, *Supergravity description of field theories on curved manifolds and a no-go theorem*, Int. J. Mod. Phys. A **16**, 822 (2001). [arXiv:hep-th/0007018]

[31] A. G. Adame *et al.* [DESI Collaboration], *DESI 2024 VI: cosmological constraints from the measurements of baryon acoustic oscillations*, JCAP **2024**, 042 (2024). [arXiv:2404.03002]

[32] P. Amaro-Seoane *et al.* [LISA Collaboration], *Laser Interferometer Space Antenna*, arXiv:1702.00786 (2017).

[33] R. Laureijs *et al.* [Euclid Collaboration], *Euclid definition study report*, arXiv:1110.3193 (2011).

[34] J. W. York Jr., *Role of conformal three-geometry in the dynamics of gravitation*, Phys. Rev. Lett. **28**, 1082 (1972).

[35] G. W. Gibbons, S. W. Hawking, *Action integrals and partition functions in quantum gravity*, Phys. Rev. D **15**, 2752 (1977).

Contribución original de este trabajo

Declaración de autoría

La presente obra constituye una construcción teórica original. Los elementos novedosos específicos que se reivindican como contribución propia de esta teoría, desarrollada en su integridad por el autor, son los siguientes:

(I) **Marco del globo cerrado (P1):** la identificación explícita del Universo como variedad cerrada de topología S^3 con el campo de energía oscura ϕ actuando como fluido autoreplicante confinado en su interior, en directa analogía con el agua sellada dentro de un globo en inflación. El postulado de geometría cerrada impone la conservación global de energía y proporciona un corte infrarrojo topológico para las fluctuaciones de ϕ.

(II) **Mecanismo de producción de doble fuente (P2 + P3):** la identificación de dos canales distintos que alimentan el fluido de energía oscura — combustión gravitacional de la materia ordinaria y evaporación mejorada de Hawking de los agujeros negros — acoplados al campo ϕ mediante términos de fuente lineales independientes $\xi_{\rm burn}\rho_{\rm m}\phi$ y $\xi_{\rm evap}\rho_{\rm BH}\phi$. La amplificación del canal de evaporación por el acoplamiento no-mínimo a la curvatura cerca del horizonte es un rasgo distintivo.

(III) **Mecanismo de auto-replicación cuántica (P5):** el potencial efectivo de activación umbral $V_{\rm rep}(\phi)$ con inestabilidad taquiónica que induce producción espontánea de pares del mismo campo ϕ, a la tasa rigurosamente derivada $\Gamma_{\rm rep} = |m^2_{\rm eff}|/(4\pi)$ a partir de la descomposición de modos de Bogoliubov.

(IV) **Ecuaciones de continuidad acopladas de sistema cerrado:** el sistema (46)–(44) que realiza explícitamente la ley de conservación del globo cerrado (Teorema 6.2), en el cual los sectores materia y agujeros negros pierden energía a tasas que coinciden exactamente con las ganancias de ϕ, más el término de auto-replicación.

(V) **Historia cósmica trifásica:** la identificación de las tres fases (materia dominante, transición, auto-replicación dominante) como explicación natural del inicio observado reciente de la aceleración en $z_t \approx 0.5$, con el Universo actual en la Fase III temprana.

(VI) **Lagrangiano maestro de acoplamiento:** la ecuación culminante (76) que sintetiza todos los canales de acoplamiento en una sola expresión covariante, con el núcleo explícito de acoplamiento métrica–campo $\mathcal{K}_{\mu\nu}(\phi)$ de la ecuación (79).

(VII) **Predicciones observacionales falsables:** las ecuaciones explícitas para $w(z)$ (68), $H(z)$ (69), la fase de ondas gravitacionales (70), la anomalía del CMB a bajo ℓ (71), la correlación $\rho_{\rm BH}$–ρ_Λ (72), y la firma de geometría cerrada $\Omega_k \sim -10^{-3}$.

Datos del autor

Nombre: Dr. Carlos David Bianco Moreno
Cédula de Identidad: V-17570016
Correo electrónico: carlosdavid1985@hotmail.es
WhatsApp: +58 412 433 2519

El autor manifiesta su disposición a mantener correspondencia científica sobre cualquier aspecto de esta teoría, así como a colaborar con grupos de investigación interesados en el desarrollo, refinamiento o validación observacional del modelo. La teoría se ofrece a la comunidad científica internacional como una hipótesis seria, matemáticamente rigurosa y falsable, en el espíritu del método científico clásico.

Este trabajo se entrega al dominio público científico en julio de 2026.